

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۴۰۱/۱۰/۰۲



# آزمون‌های سرانسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۵۵	مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا				
۸۵ دقیقه	۱۰	۱	اجباری	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱		۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱		۱۰	هندسه ۳	
	۳۵	۳۱		۵	ریاضی ۱	
	۴۰	۳۶		۵	حسابان ۱	
	۵۰	۴۱		۱۰	هندسه ۲	
	۵۵	۵۱		۵	آمار و احتمال	



## حسابان (۲)

۱- در چه تعداد از توابع زیر، در  $x=1$ ، حدهای نامتناهی چپ و راست هم علامت هستند؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است)

$$g(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 2x + 1} \quad (\text{ب})$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1} \quad (\text{الف})$$

$$m(x) = \frac{(-1)^{\lfloor 2x \rfloor}}{|x-1|} \quad (\text{د})$$

$$h(x) = \frac{\cos \pi x}{\sin(\frac{\pi x}{2}) - 1} \quad (\text{ج})$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲- حاصل  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{3})^+} \frac{9x^2 - [\frac{-1}{3x}]}{3x - [\frac{2}{9x^2}]}$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است)

-∞ (۴)

+∞ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۳- اگر  $\lim_{x \rightarrow (\frac{5\pi}{6})^+} \frac{a^2 - 2a|x|}{2 \sin x - 1} = +\infty$  باشد، چند مقدار صحیح برای  $a$  وجود دارد؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است)

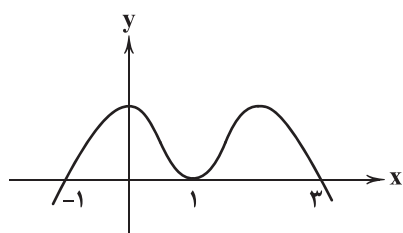
بی شمار (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

۴- نمودار  $y = f(x)$  به صورت زیر است. کدام گزینه صحیح است؟



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x+1)}{f(x)} = -\infty \quad (۱)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{f(x)}{f(x+1)} = -\infty \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x-4}{f(x)} = +\infty \quad (۳)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x-1)}{x-1} = -\infty \quad (۴)$$

۵- حاصل  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} \frac{\sin 2x - \cos 2x}{\sin x - \cos x}$  کدام است؟

-∞ (۴)

+∞ (۳)

 $\frac{1}{2}$  (۲)

۲ (۱)

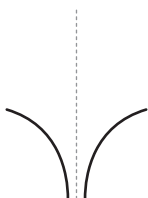
۶- اگر نمودار  $f(x) = \frac{(-1)^{\lfloor x \rfloor}}{g(x)}$  در مجاورت  $x=2$  به صورت زیر باشد، ضابطه  $g(x)$  کدام گزینه می تواند باشد؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است)

$$g(x) = (x-1)(x-2)^3 \quad (۲)$$

$$g(x) = (x-1)|x-2| \quad (۱)$$

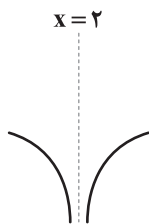
$$g(x) = 8 - 12x + 6x^2 - x^3 \quad (۴)$$

$$g(x) = (x-2)|x-2| \quad (۳)$$





۷- اگر منحنی نمودار تابع  $f(x) = \frac{-x^2 + 3x - 5}{2x^2 + 2ax + b}$  در همسایگی  $x=2$  به شکل زیر باشد، مقدار  $a+b$  کدام است؟



- (۱) صفر  
(۲) ۴  
(۳) -۴  
(۴) ۸

۸- به ازای چند مقدار  $m$ ، تابع  $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + mx + 36}$  فقط یک مجانب قائم دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹- نمودار  $f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{-x^2 - 4x + 5}$  در همسایگی مجانب قائم خود به کدام صورت است؟



۱۰- تابع  $f(x) = \frac{x}{[x]\sqrt{x-1}(x^2+3x+2)}$  چند مجانب قائم دارد؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است )

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) بی شمار

### ریاضیات گسسته

۱۱- چند عدد سه رقمی وجود دارد که ۳ برابر این عدد منهای ۷ مضرب عدد ۵ باشد؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۱۹۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۲۱۰

۱۲- به ازای کدام مقدار  $a$  معادله  $(a+3)x + 24y = 15$  دارای جواب است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۹

۱۳- تیراندازی به سمت یک هدف شامل دو دایره هم مرکز، تیراندازی می کند. اگر تیر او به دایره به شعاع کوچک برخورد کند، ۳ امتیاز و اگر به دایره به شعاع بزرگ برخورد کند ۲ امتیاز و در غیر این صورت امتیازی به دست نمی آورد. اگر شخصی ۱۰ تیر پرتاب کرده باشد و ۱۸ امتیاز به دست آورده باشد، به چند طریق امتیاز برای او ثبت شده است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴- در گراف ساده‌ای از مرتبه ۹،  $\Delta = 8$  و  $\delta = 3$  است. حداکثر تعداد یال‌های گراف کدام است؟

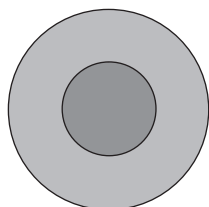
- (۱) ۳۰ (۲) ۳۱ (۳) ۳۲ (۴) ۳۳

۱۵- کدام یک از دنباله‌های زیر، می تواند دنباله درجه رأس‌های یک گراف ساده باشد؟

- (۱) ۱, ۱, ۲, ۲, ۳, ۴, ۴, ۶  
(۲) ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷  
(۳) ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸  
(۴) ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹

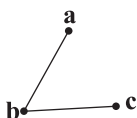
۱۶- چند گراف ساده با مجموعه رئوس  $v = \{a, b, c, d, e\}$  و اندازه  $q = 7$  می توان تعریف کرد که  $N_G(a) = \{b, c, e\}$  باشد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴





۱۷- با رئوس  $v = \{a, b, c, d\}$  چند گراف ساده می توان ساخت که  $\text{deg } a = 2$  و گراف شکل زیر، زیرگراف آن باشد؟



۴ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۱۰ (۴)

۱۸- در گراف کاملی رابطه  $q + p = 3\Delta + \delta + 1$  برقرار است. اندازه گراف کدام می تواند باشد؟

۲۸ (۴)

۲۱ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۱۹- دنباله درجات رئوس یک گراف ساده به صورت «۵, ۴, ۳, ۳, ۲, ۲, ۲, ۲, ۱» است. با افزودن حداقل چند یال، این گراف یک گراف منتظم می شود؟

۱۵ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱ (۱)

۲۰- در گراف  $k$  - منتظم مرتبه  $p$ ، عدد  $k$ ، مقدار مختلف را می تواند اختیار کند. این گراف حداکثر چند یال دارد؟

۴۲ (۴)

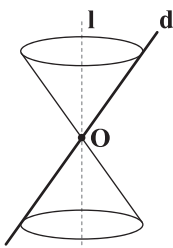
۴۰ (۳)

۳۶ (۲)

۲۸ (۱)

### هندسه (۲)

۲۱- یک رویه مخروطی مفروض است. اگر صفحه  $P$  از نقطه  $O$  رأس این رویه بگذرد، فصل مشترک صفحه و رویه کدام شکل نمی تواند باشد؟



(۱) نقطه

(۲) دو خط موازی

(۳) دو خط متقاطع

(۴) یک خط

۲۲- از نقطه  $A(1, 2)$  دو مماس بر دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0$  رسم کرده ایم. معادله خطی که نقاط تماس را به هم متصل می کند، کدام است؟

 $x = \frac{1}{3}$  (۴) $x = 3$  (۳) $y = \frac{1}{3}$  (۲) $y = 3$  (۱)

۲۳- دو دایره  $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  و  $(C'): (x+1)^2 + y^2 = 2$  چند مماس مشترک دارند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۴- فاصله نزدیک ترین نقطه دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$  از خط  $3x + 4y - 15 = 0$  کدام است؟

 $\frac{2}{3}$  (۴) $\frac{1}{3}$  (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۵- اگر دو دایره به معادلات  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 49$  و  $(x-k)^2 + (y+3)^2 = 100$  سه مماس مشترک داشته باشند، مجموع مقادیر ممکن برای  $k$  کدام است؟

-۴ (۴)

-۲ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۲۶- دایره های  $x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0$  و  $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$  متقاطع اند. معادله وتر مشترک این دو دایره کدام است؟

 $y = -x$  (۴) $y = x$  (۳) $y = x - 1$  (۲) $y = x + 1$  (۱)

محل انجام محاسبات





۲۷- طول وتری از دایره  $(x+6)^2 + (y+1)^2 = 21$  که توسط خط  $2x+3y=-2$  جدا می‌شود، کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{2}$  (۲)  $6\sqrt{2}$  (۳)  $3\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

۲۸- به ازای کدام مقدار  $k$  دو دایره  $x^2+y^2-2x+2y=k$  و  $x^2+y^2-2x=8$  مماس داخل‌اند؟

- (۱)  $2$  یا  $16$  (۲)  $14$  یا  $16$  (۳)  $2$  یا  $14$  (۴)  $2$  یا  $12$

۲۹- مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله آن‌ها از نقطه ثابت  $A(1, 3)$  در صفحه،  $2$  برابر فاصله آن‌ها از نقطه ثابت  $B(-2, 4)$  در همان صفحه باشد، کدام است؟

- (۱) دایره به مرکز  $(-\frac{13}{3}, -3)$  (۲) دایره به مرکز  $(9, 13)$

- (۳) دایره به مرکز  $(13, -9)$  (۴) تهی

۳۰- دایره محیطی مثلث  $ABC$  با رئوس  $A(-1, 0)$  و  $B(3, 0)$  و  $C(0, -3)$  را در نظر بگیرید. معادله خط مماس بر این دایره در رأس  $A$ ، محور  $xy$  را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱)  $-1$  (۲)  $1$  (۳)  $2$  (۴)  $-2$

### ریاضی (۱)

۳۱- اگر رابطه  $\sqrt{7+4\sqrt{3}} - \sqrt{a+b\sqrt{3}} = 0$  برقرار باشد، حاصل  $a+b$  کدام است؟

- (۱)  $26$  (۲)  $41$  (۳)  $15$  (۴)  $31$

۳۲- حاصل عبارت  $\frac{2\sqrt{5}+2}{\sqrt{25}+\sqrt{5}+1} \times \frac{16}{\sqrt[3]{1600}-\sqrt[3]{64}}$  کدام است؟

- (۱)  $16$  (۲)  $2$  (۳)  $4$  (۴)  $8$

۳۳- اگر  $x^2+x+1=0$  باشد، حاصل عبارت  $(x^9+1)^6$  کدام است؟

- (۱)  $64$  (۲)  $16$  (۳) صفر (۴)  $128$

۳۴- حاصل عبارت  $\frac{(a-\frac{1}{a})(a^2+\frac{1}{a^2})}{a^2+\frac{1}{a^2}-1}$  به ازای  $x=\sqrt[3]{2}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{64\sqrt{2}-1}{10}$  (۲)  $\frac{16\sqrt{2}-1}{10}$  (۳)  $\frac{8\sqrt{2}-1}{8}$  (۴)  $\frac{8\sqrt{2}-\sqrt{4}}{10}$

۳۵- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح نیست؟

(الف) به ازای هر دو عدد طبیعی  $a$  و  $b$  که  $a > b$  است،  $a^b > b^a$  است.

(ب) اگر  $a$  در بازه  $[-1, 0)$  باشد،  $\sqrt[5]{a} \leq \sqrt[3]{a}$  است.

(ج) اگر  $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = 3$  و  $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} = A$  باشد، حاصل  $A^2 + A$  برابر  $6$  است.

- (۱) صفر (۲)  $1$  (۳)  $2$  (۴)  $3$

محل انجام محاسبات



## حسابان (۱)

۳۶- در یک دنباله هندسی جمله صد و یکم برابر ۲۵ و مجموع دویست و یک جمله اول آن برابر ۶۲۵ می‌باشد، مجموع معکوسات دویست و یک جمله اول این دنباله برابر است با:

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۳۷- اگر  $m$  و  $n$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 4x - 2 = 0$  بوده و در تابع  $f(x) = 2x^2 + bx + c$  داشته باشیم  $f(m + \frac{1}{n}) = f(n + \frac{1}{m}) = 0$ ، آن‌گاه  $b + c$  کدام است؟

- ۳ (۱)      ۵ (۲)      -۳ (۳)      -۵ (۴)

۳۸- اگر  $\alpha$  ریشه حقیقی معادله  $1 = \frac{1}{x^2 - x + 1} + \frac{1}{x^2 + x + 1}$  باشد، آن‌گاه حاصل  $\alpha + \frac{1}{\alpha}$  برابر است با:

- ۱ +  $\sqrt{2}$  (۱)      ۱ +  $\sqrt{3}$  (۲)      ۲ +  $\sqrt{2}$  (۳)      ۳ +  $\sqrt{3}$  (۴)

۳۹- معادله  $2 = \sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}}$  چند جواب حقیقی دارد؟

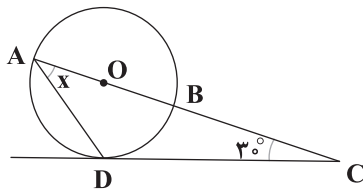
- هیچ (۱)      ۱ (۲)      ۲ (۳)      بی‌شمار (۴)

۴۰- طول‌های نقاطی واقع بر محور  $x$ ها که از خط گذرنده از نقاط  $(0, 8)$  و  $(6, 0)$  و محور  $y$ ها به یک فاصله باشند، کدام است؟

- $\frac{1}{3}$  و ۲۴ (۱)       $\frac{1}{3}$  و -۲۴ (۲)       $-\frac{1}{3}$  و ۲۴ (۳)       $-\frac{1}{3}$  و -۲۴ (۴)

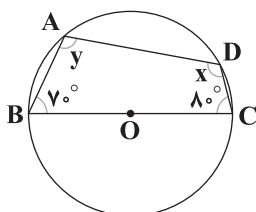
## هندسه (۲)

۴۱- با توجه به شکل، مرکز دایره  $O$  است. اگر  $\hat{C} = 30^\circ$  و  $CD$  مماس بر دایره باشد، آن‌گاه  $x$  چند درجه است؟



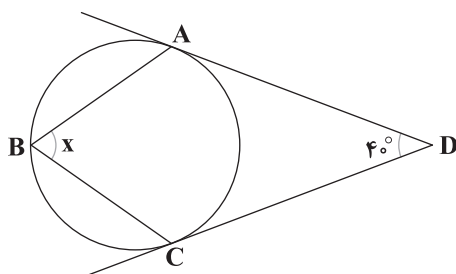
- ۴۰ (۱)  
۳۰ (۲)  
۳۵ (۳)  
۴۵ (۴)

۴۲- با توجه به شکل زیر، مرکز دایره  $O$  است. اگر  $\hat{B} = 70^\circ$  و  $\hat{C} = 80^\circ$  باشد، آن‌گاه مقدار  $x - y$  کدام است؟



- ۱۰ (۱)  
۲۰ (۲)  
۳۰ (۳)  
۴۰ (۴)

۴۳- با توجه به شکل،  $AD$  و  $CD$  به ترتیب در نقاط  $A$  و  $C$  بر دایره مماس هستند. اگر  $\hat{D} = 40^\circ$  باشد، آن‌گاه زاویه  $\hat{B} = x$  چند درجه است؟

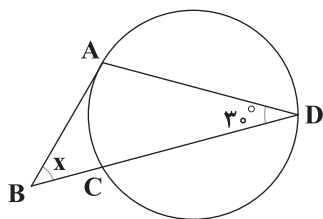


- ۸۰ (۱)  
۶۰ (۲)  
۷۰ (۳)  
۷۵ (۴)

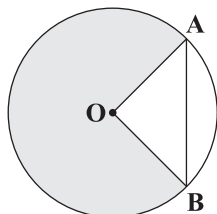
محل انجام محاسبات



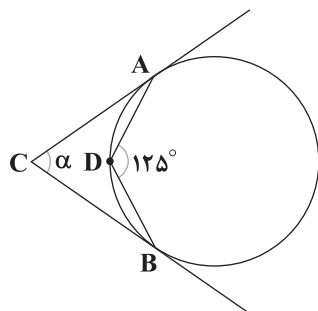
۴۴- با توجه به شکل،  $BA$  در نقطه  $A$  بر دایره مماس است. اگر  $\hat{D} = 30^\circ$  و  $AD = DC$  باشد در این صورت  $\hat{B} = x$  کدام است؟

(۱)  $40^\circ$ (۲)  $45^\circ$ (۳)  $50^\circ$ (۴)  $60^\circ$ 

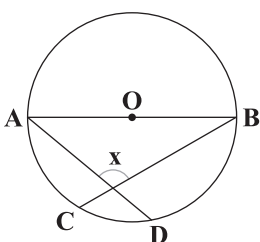
۴۵- با توجه به شکل،  $O$  مرکز دایره، اگر  $OA = OB = AB = 6$  باشد، آن گاه مساحت قسمت رنگی کدام است؟

(۱)  $10\pi$ (۲)  $20\pi$ (۳)  $25\pi$ (۴)  $30\pi$ 

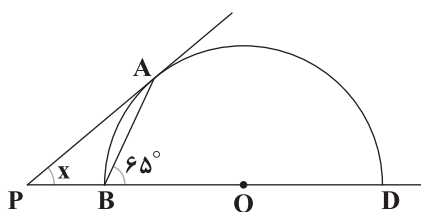
۴۶- با توجه به شکل، اگر زاویه  $\hat{ADB} = 125^\circ$ ،  $CA$  و  $CB$  به ترتیب در نقاط  $A$  و  $B$  بر دایره مماس باشند، آن گاه زاویه  $\hat{C} = \alpha$  کدام است؟

(۱)  $50^\circ$ (۲)  $60^\circ$ (۳)  $70^\circ$ (۴)  $80^\circ$ 

۴۷- با توجه به شکل،  $O$  مرکز دایره و اگر  $\widehat{CD} = 40^\circ$  باشد، آن گاه مقدار  $x$  کدام است؟

(۱)  $100^\circ$ (۲)  $110^\circ$ (۳)  $120^\circ$ (۴)  $130^\circ$ 

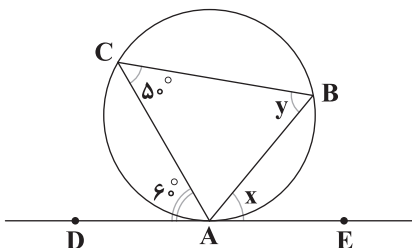
۴۸- با توجه به شکل،  $O$  مرکز نیم دایره و  $\hat{ABD} = 65^\circ$  باشد، آن گاه  $\hat{P} = x$  کدام است؟

(۱)  $40^\circ$ (۲)  $50^\circ$ (۳)  $45^\circ$ (۴)  $55^\circ$ 

محل انجام محاسبات



۴۹- با توجه به شکل، اگر DE در نقطه A بر دایره مماس و  $\hat{C} = 50^\circ$  و  $\hat{CAD} = 60^\circ$  باشد، آن گاه  $x+y$  کدام است؟



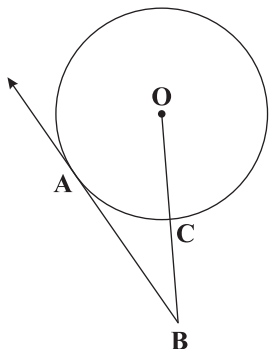
(۱)  $105^\circ$

(۲)  $95^\circ$

(۳)  $100^\circ$

(۴)  $110^\circ$

۵۰- با توجه به شکل، O مرکز دایره است، اگر  $CB = 3$  و  $AB = 4$  و BA در نقطه A بر دایره مماس باشد، آن گاه طول شعاع دایره کدام است؟



(۱)  $\frac{7}{5}$

(۲)  $\frac{7}{6}$

(۳)  $\frac{6}{7}$

(۴)  $\frac{5}{7}$

## آمار و احتمال

۵۱- در پرتاب دو تاس با هم می‌دانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۱۰ است. با چه احتمالی یکی از دو تاس عدد ۶ ظاهر شده است؟

(۴)  $\frac{1}{12}$

(۳)  $\frac{1}{6}$

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۱)  $\frac{1}{3}$

۵۲- اگر A و B دو پیشامد باشند به طوری که  $P(B|A) = \frac{2}{5}$ ، حاصل  $P((A-B)|A)$  کدام است؟

(۴)  $\frac{4}{5}$

(۳)  $\frac{1}{5}$

(۲)  $\frac{2}{5}$

(۱)  $\frac{3}{5}$

۵۳- چنانچه A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که  $P(A|B') = \frac{1}{6}$  و  $P(B) = \frac{1}{4}$ ، احتمال وقوع پیشامد  $A \cup B$  کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{76}$

(۳)  $\frac{1}{72}$

(۲)  $\frac{1}{68}$

(۱)  $\frac{1}{64}$

۵۴- دو ظرف داریم. در اولی ۹ مهره سفید و ۶ مهره سیاه و در ظرف دوم ۲ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. ۲ مهره از ظرف اول و ۸ مهره از

ظرف دوم برداشته و داخل ظرف سوم قرار می‌دهیم. سپس از ظرف سوم یک مهره برمی‌داریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

(۴)  $\frac{1}{45}$

(۳)  $\frac{1}{36}$

(۲)  $\frac{1}{32}$

(۱)  $\frac{1}{28}$

۵۵- ظرف اول شامل ۳ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و ظرف دوم شامل ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. X مهره سیاه به ظرف دوم اضافه

می‌کنیم. اگر یکی از ظرف‌ها را انتخاب و از آن مهره‌ای بیرون بیاوریم، احتمال سفید و سیاه بودن آن برابر است. مقدار X کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۴۰۱/۱۰/۰۲



# آزمون‌های سرانسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

## سوالات آزمون

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی		شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			اجباری	زوج کتاب	از	تا	
۱	فیزیک	۲۵	اجباری		۵۶	۸۰	۴۵ دقیقه
		۱۰		زوج کتاب	۸۱	۹۰	
		۱۰		زوج کتاب	۹۱	۱۰۰	
۲	شیمی	۱۵	اجباری		۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه
		۱۰		زوج کتاب	۱۱۶	۱۲۵	
		۱۰		زوج کتاب	۱۲۶	۱۳۵	



۵۶- فاصله ماهواره A از سطح زمین، برابر شعاع زمین و فاصله ماهواره B از سطح زمین، ۴ برابر شعاع زمین است. اگر جرم دو ماهواره با هم برابر باشد، بزرگی تکانه ماهواره B، چند برابر بزرگی تکانه ماهواره A است؟

(۱)  $\sqrt{\frac{2}{5}}$  (۲)  $\sqrt{\frac{5}{2}}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۲

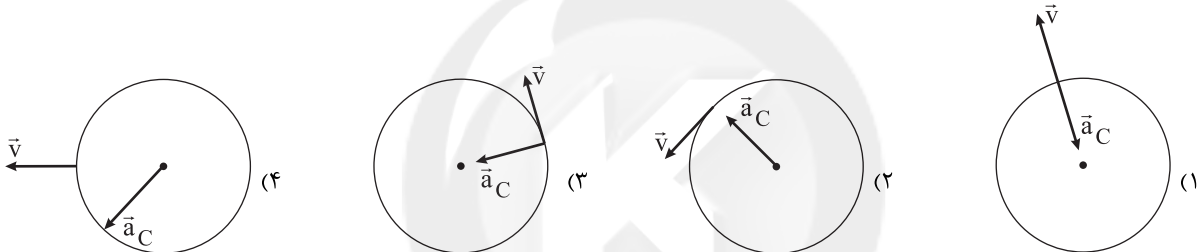
۵۷- جرم یک ماهواره ۴۰۰ kg و وزن آن در مدار چرخش به دور زمین برابر با  $10^3 \text{ N}$  است. فاصله این ماهواره از سطح زمین چند برابر شعاع زمین است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

(۱) ۰/۵ (۲) ۱ (۳) ۱/۵ (۴) ۲

۵۸- گلوله‌ای به جرم m با سرعت v محیط دایره‌ای به شعاع R را طی می‌کند. کار نیروی مرکزگرا بر روی گلوله در نصف دور برابر کدام گزینه است؟

(۱)  $mv^2$  (۲)  $\frac{1}{2}mv^2$  (۳)  $2mv^2$  (۴) صفر

۵۹- در کدام گزینه، جهت سرعت و شتاب به درستی رسم شده است؟



۶۰- در یک حرکت دایره‌ای یکنواخت، متحرک در مدت زمان ۶ s، مسافتی ۴ برابر شعاع دایره را طی می‌کند. دوره حرکت این متحرک چند ثانیه است؟

(۱)  $\frac{\pi}{3}$  (۲)  $3\pi$  (۳) ۳ (۴)  $\frac{1}{3}$

۶۱- نمودار مکان-زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای، مطابق شکل زیر است. این نوسانگر در چه لحظه‌ای برای دومین بار، سرعتش بیشینه خواهد شد؟



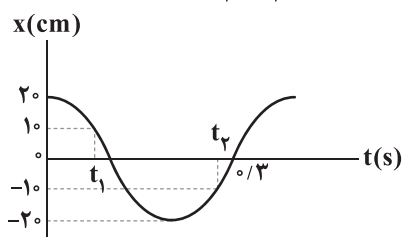
۶۲- نمودار مکان-زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای، مطابق شکل زیر است. این نوسانگر در بازه زمانی صفر تا ۱۴ ثانیه، چند ثانیه کندشونده و در جهت محور x حرکت کرده است؟



محل انجام محاسبات

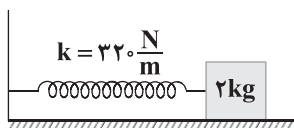


۶۳- نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۳  
(۲) ۱  
(۳) ۴  
(۴) ۲

۶۴- در شکل زیر، وزنه در حال نوسان هماهنگ ساده است. اگر بیشترین و کمترین طول فنر در طی فرایند نوسان به ترتیب  $۶۵\text{ cm}$  و  $۲۵\text{ cm}$  باشد، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا فنر از حالتی که طول آن  $۵۵\text{ cm}$  است، به حالتی برود که طول آن  $۳۵\text{ cm}$  است؟ ( $\pi^2 = ۱۰$ )

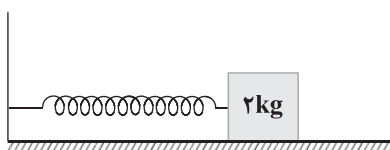


- (۱)  $\frac{1}{12}$   
(۲)  $\frac{1}{6}$   
(۳)  $\frac{1}{4}$   
(۴)  $\frac{1}{3}$

۶۵- وزنه‌ای به جرم  $۱\text{ kg}$  به انتهای فنری به ثابت  $۱۰۰۰ \frac{\text{N}}{\text{m}}$  بسته شده و روی سطح افقی با اصطکاک ناچیز نوسان می‌کند. در هر دقیقه چند مرتبه جهت حرکت وزنه تغییر می‌کند؟ ( $\pi^2 = ۱۰$ )

- (۱) ۴۰۰  
(۲) ۳۰۰  
(۳) ۸۰۰  
(۴) ۶۰۰

۶۶- مطابق شکل زیر، وزنه‌ای به جرم  $۲\text{ kg}$  به یک فنر با ثابت  $۵۰\pi^2 \frac{\text{N}}{\text{m}}$  متصل است. اگر وزنه را  $۲۰\text{ cm}$  از وضع تعادل به سمت راست بکشیم، سپس رها کنیم،  $\frac{۵}{۱۰}$  ثانیه پس از آن، اندازه جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط جسم به ترتیب از راست به چپ چند سانتی‌متر است؟

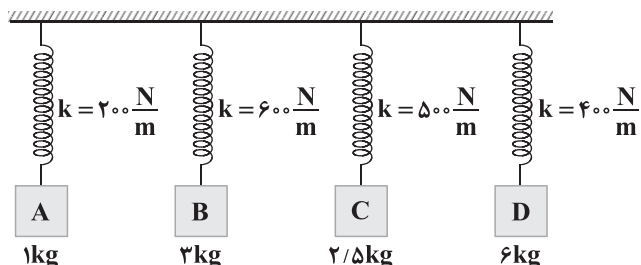


- (۱)  $۲۰ - ۸۰$   
(۲) صفر -  $۱۰۰$   
(۳)  $۲۰ - ۱۰۰$   
(۴) صفر -  $۸۰$

۶۷- بین حرکات نوسانگر هماهنگ ساده وزنه - فنری و حرکات آونگ ساده کم‌دامنه‌ای، تشدید رخ داده است. در صورتی که طول آونگ را ۳ برابر کنیم، ثابت فنر نوسانگر هماهنگ ساده را چند برابر کنیم تا دوباره بین حرکات آن‌ها تشدید رخ دهد؟

- (۱) ۳  
(۲)  $\frac{1}{3}$   
(۳) ۹  
(۴)  $\frac{1}{9}$

۶۸- در شکل زیر، اگر وزنه A با بسامد طبیعی خود شروع به نوسان کند، تشدید برای کدام یک از وزنه‌های دیگر رخ می‌دهد؟



- (۱) فقط B و C  
(۲) فقط C و D  
(۳) فقط B و D  
(۴) D و C, B

محل انجام محاسبات



۶۹- نوسانگر جرم - فنری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در یک دوره تناوب، مدت زمانی برابر با  $\frac{1}{10}$  ثانیه به صورت تندشونده حرکت می‌کند. اگر طول پاره خط نوسان برابر با  $40\text{cm}$  و جرم جسم برابر با  $30\text{g}$  باشد، انرژی جنبشی آن هنگامی که نیروی وارد بر جسم به

کمترین مقدار خود می‌رسد، چند ژول است؟ ( $\pi^2 = 10$ )

- (۱)  $\frac{0}{2}$  (۲)  $\frac{0}{3}$  (۳)  $\frac{0}{15}$  (۴)  $\frac{0}{6}$

۷۰- یک نوسانگر با فرکانس ۵ هرتز و دامنه  $10$  سانتی‌متر در یک حرکت هماهنگ ساده نوسان می‌کند. این نوسانگر تا نیم‌ثانیه پس از شروع حرکت، چند بار به سرعت بیشینه خود می‌رسد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۷۱- اگر  $\frac{1}{8}\text{s}$  طول بکشد تا یک نوسانگر هماهنگ ساده یک‌بار طول پاره خط نوسانی را کامل طی کند، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا انرژی جنبشی آن از بیشینه به صفر برسد؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۷۲- یک نوسانگر هماهنگ ساده در حرکت نوسانی خود در دو لحظه  $t_1 = \frac{1}{28}\text{s}$  و  $t_2 = \frac{1}{8}\text{s}$  از مرکز نوسان می‌گذرد. اگر بین این دو لحظه جهت حرکت یک بار تغییر کرده باشد، بسامد این حرکت نوسانی چند هرتز است؟

- (۱)  $\frac{5}{6}$  (۲)  $\frac{5}{2}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{7}{6}$

۷۳- در لحظه  $t_1$  از یک نوسان هماهنگ ساده، انرژی جنبشی نوسانگر، نصف انرژی پتانسیل آن است. در لحظه  $t_2$  سرعت نوسانگر نسبت به سرعت آن در لحظه  $t_1$  به اندازه  $4\frac{\text{cm}}{\text{s}}$  تغییر کرده و انرژی پتانسیل آن ۲۶ برابر انرژی جنبشی آن در لحظه  $t_2$  می‌شود. سرعت نوسانگر در لحظه  $t_2$  چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.)

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۷۴- در یک حرکت هماهنگ ساده رابطه بین سرعت و مکان نوسانگر در SI به صورت  $4\pi^2 x^2 + 9v^2 = 4\pi^2$  است. نوسانگر در مدت زمان  $6\text{s}$  چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴) ۲

۷۵- دوره تناوب یک آونگ ساده در یک آسانسور در حالتی که با شتاب  $2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  تندشونده به سمت بالا حرکت می‌کند، چند برابر حالتی است که

این آونگ در یک آسانسور با شتاب  $3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند؟ ( $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ )

- (۱)  $\sqrt{\frac{12}{7}}$  (۲)  $\sqrt{\frac{7}{12}}$  (۳)  $\sqrt{\frac{13}{8}}$  (۴)  $\sqrt{\frac{8}{13}}$

۷۶- اگر بخواهیم دوره نوسان یک آونگ ساده به طول  $10$  سانتی‌متر، در حالتی که در داخل آسانسوری که با شتاب  $4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  تندشونده به سمت بالا

حرکت می‌کند، نسبت به حالت سکون تغییری نکند، طول آن چند سانتی‌متر و چگونه باید تغییر کند؟

- (۱) ۲ - بیشتر شود. (۲) ۲ - کم‌تر شود. (۳) ۴ - بیشتر شود. (۴) ۴ - کم‌تر شود.

محل انجام محاسبات





۷۷- دوره نوسان یک آونگ ساده بر روی سیاره‌ای برابر با دوره تناوب آن بر روی زمین است. نسبت جرم و شعاع این سیاره به جرم و شعاع سیاره زمین به ترتیب (از راست به چپ) در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

(۱)  $2 - 4$       (۲)  $2 - 4$       (۳)  $2 - 2$       (۴)  $4 - \frac{1}{2}$

۷۸- اتومبیلی با تندی ثابت روی محیط دایره‌ای به شعاع ۴۰ متر در حال چرخش است. اگر اندازه سرعت متوسط این متحرک در مدتی که نصف محیط دایره را طی می‌کند، برابر  $8 \frac{m}{s}$  باشد، بزرگی شتاب مرکزگرای این اتومبیل چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ( $\pi \approx 3$ )

(۱)  $1/8$       (۲)  $3/6$       (۳)  $7/2$       (۴)  $14/4$

۷۹- دو ماهواره A و B با جرم‌های یکسان در حال چرخیدن به دور زمین هستند. اگر انرژی جنبشی ماهواره B، نصف انرژی جنبشی ماهواره A باشد، نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره A از طرف زمین چند برابر نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره B از طرف زمین است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$       (۲) ۴      (۳) ۲      (۴)  $\frac{1}{2}$

۸۰- جسمی به جرم ۴۰g به فنری متصل است و روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بیشینه انرژی جنبشی این جسم در این نوسان،  $4mJ$  باشد، لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر،  $\frac{1}{5}$  انرژی جنبشی آن در همان لحظه است، سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر کنید).

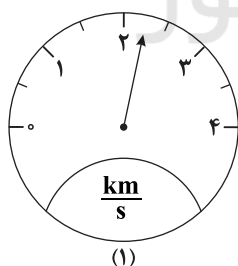
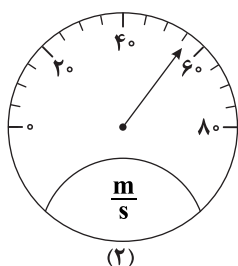
(۱) ۶      (۲)  $\sqrt{60}$       (۳)  $\frac{10\sqrt{60}}{6}$       (۴)  $\frac{\sqrt{60}}{60}$

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰ و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

## زوج درس ۱

## فیزیک ۱ (سؤالات ۸۱ تا ۹۰)

۸۱- اختلاف دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج شماره (۲) و تندی‌سنج شماره (۱) چند کیلومتر بر ثانیه است؟



(۱)  $0/45$   
(۲)  $0/495$   
(۳)  $0/005$   
(۴)  $0/095$

۸۲- کدام گزینه در ارتباط با کمیت‌های اصلی درست است؟

- (۱) ثابت هستند.  
(۲) در دسترس هستند.  
(۳) یکای آن‌ها به طور مستقل تعریف شده است.  
(۴) دارای یکای مناسب هستند.

محل انجام محاسبات



۸۳- نسبت چگالی جسم A به چگالی جسم B برابر با  $\frac{2}{3}$  است. اگر جرم  $50 \text{ cm}^3$  از جسم A برابر با  $750$  گرم باشد، جرم  $60 \text{ cm}^3$  از جسم B چند گرم است؟

- (۱)  $1350$  (۲)  $1125$  (۳)  $600$  (۴)  $900$

۸۴- حاصل عبارت زیر در SI بیانگر کدام کمیت فیزیکی است و مقدار آن در SI چقدر است؟

$$\frac{0.04 \times 10^8 \mu\text{m} + 0.06 \times 10^{-4} \text{Mm}}{0.02 \times 10^{-21} \text{Ts}^2}$$

- (۱) شتاب متوسط  $-0.5$  (۲) شتاب متوسط  $-5$   
(۳) سرعت متوسط  $-0.5$  (۴) سرعت متوسط  $-5$

۸۵- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $1400 \text{ mA} = 140 \times 10^4 \mu\text{A}$  (۲)  $9 \times 10^{14} \text{ ns}^2 = 9 \times 10^{-21} \text{Gs}^2$   
(۳)  $9 \text{ dag} = 90000 \text{ Mg}$  (۴)  $17 \text{ hm}^3 = 170 \times 10^5 \text{ dm}^3$

۸۶- در رابطه  $s^3 = AI^2 + BI$ ، اگر s نماد تندی و یکای آن  $\frac{\text{nm}}{\text{ms}}$  و I نماد مسافت و یکای آن mm باشد، A و B به ترتیب از راست به چپ برحسب SI در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

- (۱)  $10^{15} \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$  و  $10^{12} \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$  (۲)  $10^{-15} \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$  و  $10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$  (۳)  $10^{12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  و  $10^{15} \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$  (۴)  $10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$  و  $10^{-15} \frac{\text{m}}{\text{s}^3}$

۸۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

(الف) پرتقال پوست‌کنده روی آب شناور می‌ماند و پرتقال با پوست در آب فرو می‌رود.

(ب) آب ماده مناسبی برای خاموش کردن آتش ناشی از بنزین نمی‌باشد، چون چگالی آن بیشتر از چگالی بنزین است.

(ج) وزن یک لیتر یخ از یک لیتر آب، بیشتر است.

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۸۸- حجم‌های برابر از دو مایع به چگالی‌های  $2\rho$  و  $5\rho$  را با یکدیگر مخلوط می‌کنیم. اگر پس از مخلوط کردن، چگالی مخلوط حاصل  $3/5\rho$  شود، مایع پس از اختلاط چند درصد کاهش حجم داشته‌اند؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۵۰ (۴) صفر

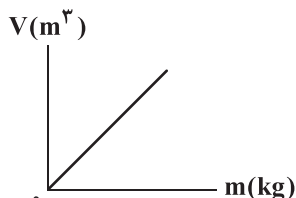
۸۹- چه تعداد مورد از کمیت‌های زیر، نرده‌ای و فرعی هستند؟

(الف) سرعت (ب) جرم (ج) انرژی (د) زمان

(ه) فشار (و) چگالی

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۳

۹۰- نمودار حجم برحسب جرم یک ماده، مطابق شکل زیر است. اگر شیب خط این نمودار برابر با  $240$  باشد،  $5 \text{ mg}$  از این ماده چند لیتر است؟



(۱)  $0.12$

(۲)  $1/2$

(۳)  $0.24$

(۴)  $2/4$

محل انجام محاسبات



## زوج درس ۲

## فیزیک ۲ (سوالات ۹۱ تا ۱۰۰)

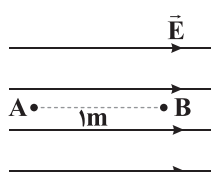
۹۱- بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی  $q$  در فاصله  $۴۰$  سانتی متری از آن، چند درصد بیشتر از بزرگی میدان الکتریکی حاصل از همین بار در فاصله  $۶۰$  سانتی متری از آن است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۱۲۵ (۴) ۱۷۵

۹۲- دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1$  و  $q_2$  در فاصله  $r$  از یکدیگر، به هم نیرویی به بزرگی  $F$  وارد می‌کنند. کدام یک از راهکارهای زیر موجب می‌گردد تا بزرگی نیرویی که این دو بار الکتریکی به یکدیگر وارد می‌کنند، برابر  $۱۶F$  شود؟

- (۱) فاصله بین دو بار را به اندازه  $۲۵$  درصد کاهش دهیم.  
(۲) یکی از بارها را دو برابر کرده و فاصله بین دو بار را به اندازه  $۷۵$  درصد کاهش دهیم.  
(۳) یکی از بارها را  $۸$  برابر کرده و فاصله بین دو بار را نصف کنیم.  
(۴) بارهای  $q_1$  و  $q_2$  را دو برابر کرده و فاصله بین دو بار را نصف کنیم.

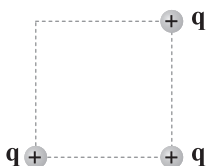
۹۳- مطابق شکل زیر، در میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$  به بزرگی  $۱۰^۶ \frac{N}{C}$ ، ذره‌ای با بار الکتریکی  $-۵۰ \mu C$  را با تندی ثابت از نقطه  $A$  به نقطه  $B$



می‌بریم. اگر طول  $AB$  برابر با یک متر باشد، انرژی جنبشی ذره در این جابه‌جایی چند ژول تغییر کرده است؟

- (۱)  $۰/۰۵$   
(۲)  $-۰/۰۵$   
(۳)  $۰/۵$   
(۴) صفر

۹۴- مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه در سه رأس یک مربع ثابت شده‌اند. جهت برابند میدان‌های الکتریکی حاصل از سه بار در مرکز این مربع در کدام گزینه به درستی آمده است؟



- (۱) ←  
(۲) ↘  
(۳) ↑  
(۴) ↙

۹۵- دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1 = ۴ \mu C$  و  $q_2 = ۲۵ \mu C$  در فاصله مشخصی از یکدیگر قرار دارند. بار  $Q$  را در نقطه‌ای قرار داده‌ایم که هر سه بار در حالت تعادل باشند. بار  $Q$  چند میکروکولن است؟

- (۱)  $-\frac{۲۵}{۷}$  (۲)  $-\frac{۱۰۰}{۴۹}$  (۳)  $\frac{۲۵}{۷}$  (۴)  $\frac{۱۰۰}{۴۹}$

۹۶- یک کولن برابر با بزرگی بار چه تعداد ذره آلفا است؟ (ذره آلفا همان هسته اتم هلیم  $({}^4_2\text{He})$  است و  $e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} C$ )

- (۱)  $۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۵}$  (۲)  $۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۸}$  (۳)  $۳/۱۲۵ \times ۱۰^{۱۸}$  (۴)  $۳/۱۲۵ \times ۱۰^{۱۵}$

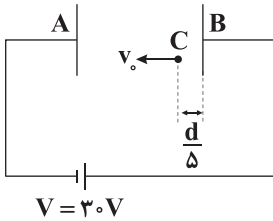
۹۷- دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌اندازه و هم‌نام در فاصله معینی از یکدیگر قرار دارند و به یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی  $F_1$  وارد می‌کنند. اگر بدون تغییر فاصله بین دو بار، یکی از بارها را به بار دیگر اضافه کنیم، بزرگی نیروی الکتریکی بین دو بار در حالت جدید چند برابر  $F_1$  می‌شود؟

- (۱)  $\frac{۹}{۸}$  (۲)  $\frac{۸}{۹}$  (۳)  $\frac{۳}{۴}$  (۴)  $\frac{۴}{۳}$

محل انجام محاسبات



۹۸- مطابق شکل زیر، ذره‌ای به جرم  $50\text{g}$  و با بار الکتریکی  $q = -4\text{C}$  با سرعت اولیه  $v_0$  از نقطه  $C$  در جهت نشان داده شده پرتاب می‌شود.  $v_0$  می‌تواند چند متر بر ثانیه باشد تا به صفحه منفی برخورد نکند؟



(۱) ۷۰

(۲) ۷۵

(۳) ۵۵

(۴) ۶۵

۹۹- در میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}$  به بزرگی  $4 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ، ذره‌ای به جرم  $m$  و بار  $q$  ( $q > 0$ ) به صورت معلق قرار گرفته است. نسبت جرم این ذره برحسب کیلوگرم به اندازه بار آن برحسب کولن و نیز جهت میدان الکتریکی  $\vec{E}$  به ترتیب از راست به چپ، در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

(۱)  $4 \times 10^4$  - رو به پایین (۲)  $4 \times 10^5$  - رو به پایین (۳)  $4 \times 10^5$  - رو به بالا (۴)  $4 \times 10^4$  - رو به بالا

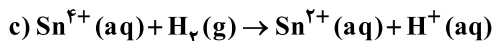
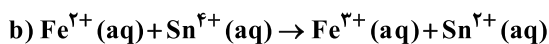
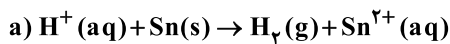
۱۰۰- میله بارداری را به کلاهک یک الکتروسکوپ باردار نزدیک می‌کنیم. مشاهده می‌شود که ورقه‌های الکتروسکوپ به هم نزدیک می‌شوند. در ارتباط با بار این میله نسبت به بار الکتروسکوپ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) ناهمنام (۲) خنثی (۳) همنام (۴) اظهارنظر قطعی، ممکن نیست.

سایت کنکور



۱۰۱- ترتیب  $\text{Sn}^{2+} < \text{H}^+ < \text{Sn}^{4+} < \text{Fe}^{3+}$  را می توان به قدرت اکسندگی این کاتیون ها نسبت داد. با توجه به آن چه تعداد از واکنش های زیر به طور خود به خودی انجام پذیرند؟



(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۲- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با استخراج منیزیم از آب دریا درست است؟

- در این فرایند از یک ترکیب یونی دارای هیدروکسید و جوهرنمک استفاده می شود.
- در سلول الکترولیتی برقکافت منیزیم کلرید، چگالی الکترولیت کم تر از فرآورده کاتدی سلول است.
- قبل از ذوب کردن ترکیب یونی که وارد سلول الکترولیتی می شود باید آن را خشک کرد.
- در یکی از مراحل این فرایند، منیزیم هیدروکسید تولید می شود که نامحلول در آب بوده که پس از تشکیل باید آن را از صافی عبور داد.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۰۳- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با سلول گالوانی استاندارد منیزیم - نقره درست است؟ ( $\text{Mg} = 24, \text{Ag} = 108; \text{g.mol}^{-1}$ )

- در هر بازه زمانی معین، تغییر جرم تیغه کاتدی،  $4/5$  برابر تغییر جرم تیغه آندی است.
- غلظت آنیون ها در محلول نیم سلول نقره تغییر نمی کند.
- شماری از کاتیون ها از طریق دیواره متخلخل از الکترولیت مربوط به فلز واکنش پذیرتر به الکترولیت دیگر مهاجرت می کنند.

• با گذشت زمان پتانسیل کاهش مربوط به نیم سلول نقره کاهش می یابد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

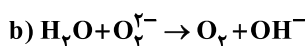
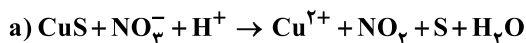
۱۰۴- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با سلول های الکترولیتی درست است؟

- در این سلول ها دو الکتروود درون یک الکترولیت قرار دارند.
- هنگامی که به این سلول ها ولتاژ معینی اعمال می شود یون ها به سوی الکتروود با بار هم نام حرکت می کنند.
- در این سلول ها با اعمال یک ولتاژ بیرونی و عبور جریان الکتریکی از مدار بیرونی می توان یک واکنش شیمیایی را در خلاف جهت طبیعی پیش راند.

• الکترولیت این سلول ها یک محلول یونی یا یک ترکیب یونی مذاب است.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

۱۰۵- تفاوت مجموع ضرایب اجزای دو واکنش زیر پس از موازنه کدام است؟



(۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۶

محل انجام محاسبات



۱۰۶- در چه تعداد از ترکیب‌های زیر عدد اکسایش اکسیژن برابر با ۲- است؟

- اوره      • اتیلن گلیکول      • پتاسیم کربنات      • HOF      • BaO<sub>۲</sub>      • HCOO<sup>-</sup>
- (۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۵      (۴) ۶

۱۰۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با سلول سوختی متان - اکسیژن درست است؟ (نیم‌واکنش کاتدی این سلول مشابه نیم‌واکنش سلول

سوختی هیدروژن - اکسیژن با غشای مبادله کننده هیدرونیوم است.)

• تغییر عدد اکسایش یک مول کاهنده، دو برابر تغییر عدد اکسایش یک مول اکسندنده است.

• در نیم‌واکنش آندی، نسبت ضریب مولی CO<sub>۲</sub> به ضریب مولی آب برابر ۱/۴ است.

• یون‌های هیدرونیوم از سمت الکترود حاوی سوخت به سمت الکترود دیگر حرکت می‌کنند.

• تغییرات آنتالپی واکنش کلی این سلول برابر با تغییرات آنتالپی واکنش سوختن متان است.

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۰۸- چه تعداد از مطالب زیر درست است؟

• سلول‌های سوختی برخلاف باتری‌ها، انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کنند.

• در سلول‌های سوختی پیوسته سوخت در شرایط کنترل شده، مصرف و جریان الکتریکی برقرار می‌شود.

• یکی از چالش‌هایی که در کاربرد سلول‌های سوختی هیدروژن - اکسیژن وجود دارد، تأمین سوخت آن‌ها است.

• برای تأمین انرژی الکتریکی می‌توان از واکنش‌های اکسایش - کاهش در سلول‌های گالوانی مانند باتری‌ها و سلول‌های سوختی بهره برد.

- (۱) ۴      (۲) ۳      (۳) ۲      (۴) ۱

۱۰۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با فرایند برقکافت سدیم کلرید مذاب نادرست است؟

• این فرایند در یک سلول الکترولیتی انجام شده و دمای سلول به تقریب برابر با نقطه ذوب سدیم کلرید است.

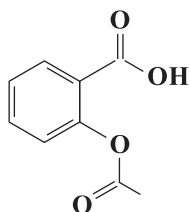
• به ازای مبادله هر مول الکترون، یک مول فلز سدیم در قطب منفی سلول تولید می‌شود.

• فراورده‌های واکنش کلی سلول، سطح انرژی بالاتری در مقایسه با واکنش دهنده دارند.

• یون‌های Cl<sup>-</sup> (aq) به سمت آند سلول حرکت کرده و در آن‌جا اکسایش می‌یابند.

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۱۱۰- در ترکیب زیر چند نوع اتم کربن با عدد اکسایش مختلف وجود دارد؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۱۱۱- در برقکافت آب، گاز تولید شده در ..... سلول در مقایسه با گاز دیگر، انحلال پذیری بیشتر در آب داشته و با گذشت زمان، pH محیط

اطراف ..... می‌یابد.

- (۱) آند، قطب مثبت، کاهش      (۲) قطب مثبت، آند، افزایش      (۳) کاتد، قطب منفی، کاهش      (۴) قطب منفی، کاتد، افزایش

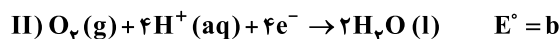
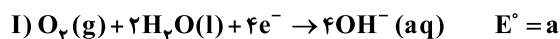
محل انجام محاسبات



۱۱۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) فساد مواد خوراکی نمونه‌ای از یک فرایند اکسایش - کاهش است.  
 (۲) ظروف نقره‌ای در اثر انجام واکنش اکسایش - کاهش کدر شده و می‌تواند در اثر انجام یک واکنش اکسایش - کاهش دیگر جلا یابد.  
 (۳) آهن پرمصرف‌ترین فلز در جهان بوده و سالانه حدود ۲۰ درصد از آهن تولیدی برای جایگزینی قطعه‌های خورده شده مصرف می‌شود.  
 (۴) پلاتین جزو فلزهای نجیب بوده و فقط در محیط‌های اسیدی اکسایش می‌یابد.

۱۱۳- چه تعداد از روابط زیر در ارتباط با نیم‌واکنش‌های داده شده درست است؟



$d > b$

$d > c$

$a > b$

$a, b > 0$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۴- در سلول گالوانی نقره - طلا پس از گذشت مدت زمان معینی، ۶۰ درصد از جرم تیغه آندی کم و  $\frac{4}{9}$  مول بر جرم تیغه کاتدی افزوده شده است.اگر جرم اولیه تیغه‌ها با هم برابر باشد، مجموع جرم تیغه‌ها پس از این مدت چند گرم خواهد بود؟ ( $Ag = 108$ ,  $Au = 197$ ;  $g \cdot mol^{-1}$ )

۴۲۳/۵۵ (۴)

۳۸۴/۵۵ (۳)

۳۱۱/۵۵ (۲)

۲۷۹/۵۵ (۱)

۱۱۵- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با جدولی که به سری الکتروشیمیایی معروف است، درست است؟

- در هر نیم‌واکنش، گونه کاهنده در سمت راست و گونه اکسنده در سمت چپ نوشته می‌شود.
- در این جدول  $E^\circ$  فلزهایی که قدرت کاهندگی بیشتری از  $H^+$  دارند، منفی است.
- داده‌های جدول در دمای  $25^\circ C$ ، فشار ۱ atm و غلظت یک مولار برای محلول الکترولیت‌ها اندازه‌گیری شده است.
- اگر فلز A موقعیت بالاتری نسبت به فلز B داشته باشد، می‌توان محلول کاتیون B را در ظرفی از جنس فلز A نگاه‌داری کرد.

۳ (۲)

۴ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی ۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵ و زوج درس ۲ (شیمی ۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- مقایسه میان انرژی رنگ‌های مورد نظر به کدام صورت درست است؟

(b) نور حاصل از بخار سدیم در لامپ‌های خیابان‌ها

(a) شعله نمک مس (II) کلرید

(c) نور لامپ نئون در تابلوهای تبلیغاتی

$a < b < c$  (۲)

$a < c < b$  (۱)

$c < b < a$  (۴)

$b < c < a$  (۳)

محل انجام محاسبات



۱۱۷- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- در بین هشت عنصر فراوان سیاره مشتری، تمامی عنصرها در دما و فشار اتاق گازی شکل هستند.
- سه عنصر فراوان سیاره زمین، جزو فلزها هستند.
- روند تشکیل عنصرها در ستارهها به این صورت بوده است که هر کدام از عنصرهای فلزی که چگالی بالا دارند از یک نافلز تشکیل شدهاند.
- انرژی آزادشده در واکنشهای هسته‌ای آن قدر زیاد است که می‌تواند صدها میلیون تن فولاد را ذوب کند.

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۱۸- در نمونه‌ای از آسپرین ( $C_9H_8O_4$ ) به جرم  $m$  گرم، شمار اتم‌های کربن به تقریب برابر با  $6m^2 \times 10^{22}$  است.  $m$  کدام است؟

( $C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$ )

۵ (۴)      ۰/۵ (۳)      ۲ (۲)      ۰/۲ (۱)

۱۱۹- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) مجموع جرم یک پروتون و یک نوترون بیشتر از جرم  $3000$  الکترون است.
- (۲) جرم اتمی میانگین هر عنصر همان جرم نشان داده شده در جدول دوره‌ای عنصرها است.
- (۳) تفاوت جرم نوترون و پروتون کم‌تر از  $1000 amu$  است.
- (۴) جرم اتمی پایدارترین ایزوتوپ هیدروژن، بیشتر از  $\frac{1}{13}$  جرم ایزوتوپ کربن  $^{12}$  است.

۱۲۰- در نمونه‌ای از تنگستن به جرم  $0.5$  گرم چه تعداد اتم  $^{186}W$  وجود دارد؟ (درصد فراوانی  $^{186}W$  برابر  $6/25$  درصد است.)

( $W=184 g.mol^{-1}$ )

۹/۷۶ × ۱۰<sup>۱۸</sup> (۴)      ۹/۷۶ × ۱۰<sup>۱۹</sup> (۳)      ۱/۰۲ × ۱۰<sup>۱۹</sup> (۲)      ۱/۰۲ × ۱۰<sup>۲۰</sup> (۱)

۱۲۱- آلیاژی به جرم  $50/9$  گرم از فلزهای آلومینیم و روی تشکیل شده است. اگر مجموع شمار اتم‌ها در این آلیاژ برابر  $5/418 \times 10^{23}$  باشد، نسبت مولی Al به Zn و نسبت جرمی Zn به Al به ترتیب کدام است؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ

بخوانید.) ( $Al=27, Zn=65: g.mol^{-1}$ )

۶/۹۴, ۰/۲۲۲ (۴)      ۸/۴۲, ۰/۲۲۲ (۳)      ۸/۴۲, ۰/۲۸۵ (۲)      ۶/۹۴, ۰/۲۸۵ (۱)

۱۲۲- عنصر A دارای چهار ایزوتوپ با جرم‌های  $m, m+2, m+3, m+4$  در مقیاس  $amu$  بوده که فراوانی ایزوتوپ دوم به ترتیب ۱۵، ۳۰ و ۹۰ برابر ایزوتوپ‌های اول، سوم و چهارم است. اگر جرم اتمی میانگین عنصر A برابر  $55/93 amu$  باشد،  $m$  کدام است؟

۵۷ (۴)      ۵۶ (۳)      ۵۵ (۲)      ۵۴ (۱)

۱۲۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- در یک نمونه طبیعی از عنصر هیدروژن همانند لیتیم، دو ایزوتوپ پایدار وجود دارد.
- برای تشخیص سلول‌های سرطانی می‌توان از گلوکز نشان‌دار استفاده کرد که به جای گلوکز معمولی در توده‌های سرطانی تجمع می‌کنند.
- پس از مهبانگ، گازهای هیدروژن و هلیوم تولید شد که گذشت زمان و افزایش دما، موجب ایجاد سحابی‌ها از این گازها شده است.
- از بین عنصرهای شناخته شده، ۲۶ درصد آن‌ها ساختگی هستند.

۴ (۴)      ۳ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)

محل انجام محاسبات





۱۲۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- طول موج پرتوهای X بلندتر از پرتوهای گاما است.
- دمای حاصل از سوختن کامل گاز شهری کم‌تر از شعله شمع است.
- بخش بیرونی یا بالایی رنگین‌کمان، بنفش و بخش درونی یا پایینی آن، سرخ است.
- نور خورشید با عبور از قطره‌های آب در هوا، گستره‌ای پیوسته شامل ۷ طول موج از رنگ‌های گوناگون ایجاد می‌کند.

۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۱۲۵- یک مول از رادیوایزوتوپ‌های X و Y با نیم‌عمرهای ۶۰ دقیقه و ۴۵ دقیقه در دسترس است. اگر پس از گذشت ۳ ساعت، جرم باقی‌مانده

رادیوایزوتوپ X، دو برابر جرم تجزیه شده رادیوایزوتوپ Y باشد، جرم مولی X، چند برابر جرم مولی Y است؟

۷ (۱)                      ۳/۵ (۲)                      ۳/۷۵ (۳)                      ۱۵ (۴)

## زوج درس ۲

## شیمی (۲) (سؤالات ۱۲۶ تا ۱۳۵)

۱۲۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با عنصرهای گروه چهاردهم جدول دوره‌ای درست است؟ (از عنصر دوره هفتم چشم‌پوشی کنید.)

- تمامی این عنصرها در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.
- تمامی این عنصرها جریان برق را از خود عبور می‌دهند.
- شمار عنصرهایی که در اثر ضربه خرد می‌شوند بیشتر از عنصرهای چکش‌خوار است.
- شمار عنصرهایی که یون تک‌اتمی تشکیل می‌دهند بیشتر از عنصرهایی است که فقط پیوند کووالانسی تشکیل می‌دهند.

۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۱۲۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی درست است؟

- نیمی از عنصرهای این دوره جریان گرما را از خود عبور می‌دهند.
- حداقل دو عنصر از عنصرهای این دوره به حالت آزاد در طبیعت وجود دارند.
- شمار عنصرهای با نماد تک‌حرفی در این دوره، نصف شمار عنصرهایی است که سطح صیقلی دارند.
- به جز دو عنصر انتهایی دوره، سایر عنصرها در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.

۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۱۲۸- از تخمیر بی‌هوازی ۱۲/۵ تن گلوکز با خلوص ۶۰٪، مقدار ۱۱۵۰ کیلوگرم سوخت سبز به دست آمده است. بازده درصدی واکنش کدام

است؟ ( $C=۱۲, H=۱, O=۱۶: g.mol^{-1}$ )

کربن دی‌اکسید + اتانول  $\rightarrow$  گلوکز

۳۰ (۱)                      ۶۰ (۲)                      ۴۰ (۳)                      ۸۰ (۴)

محل انجام محاسبات

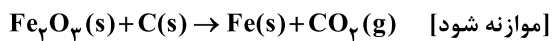


۱۲۹- عنصرهای A و X به ترتیب سومین و چهارمین فلز واسطه جدول دوره‌ای هستند. نسبت شمار الکترون‌های با  $I=2$  به شمار الکترون‌های با  $I=1$  در کاتیون پایدار A با بیشترین بار کتریکی، چند برابر نسبت شمار الکترون‌های با  $I=2$  به شمار الکترون‌های با  $I=0$  در کاتیون پایدار X با کم‌ترین بار الکتریکی است؟

$$\frac{1}{3} \text{ (۴)} \quad \frac{1}{4} \text{ (۳)} \quad \frac{2}{3} \text{ (۲)} \quad \frac{3}{4} \text{ (۱)}$$

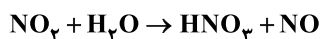
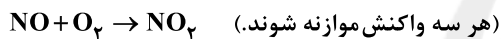
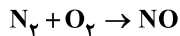
۱۳۰- نمونه‌ای به جرم ۷۰ گرم آهن (III) اکسید ناخالص با مقدار کافی کربن به طور کامل واکنش می‌دهد. اگر پس از پایان واکنش جرم نمونه به  $53/2$  گرم کاهش یابد، درصد خلوص آهن (III) اکسید کدام است؟ (ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی‌کنند.)

$$(\text{Fe} = 56, \text{C} = 12, \text{O} = 16: \text{g. mol}^{-1})$$



$$80 \text{ (۴)} \quad 70 \text{ (۳)} \quad 66/7 \text{ (۲)} \quad 60 \text{ (۱)}$$

۱۳۱- از واکنش‌های متوالی زیر از نیتروژن می‌توان نیتریک اسید تولید کرد. برای تهیه ۴ لیتر محلول ۲ مولار نیتریک اسید به تقریب به چند لیتر نیتروژن نیاز است؟ (بازده مرحله اول ۷۵٪ بوده و بازده هر مرحله، نصف بازده مرحله قبل است. حجم مولی گازها را در شرایط آزمایش ۵۰ لیتر بر مول در نظر بگیرید.)



$$5700 \text{ (۴)} \quad 3200 \text{ (۳)} \quad 1900 \text{ (۲)} \quad 8100 \text{ (۱)}$$

۱۳۲- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با فلز روی درست است؟

- تنها یک کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهد.
- جزو فلزهای واسطه بوده و در آرایش الکترونی اتم آن، تمام زیرلایه‌ها به طور کامل از الکترون پر شده است.
- روش گیاه پالایی برای استخراج این فلز مقرون به صرفه است.
- فلز روی در مقایسه با فلزی که عدد اتمی آن یک واحد کم‌تر است، واکنش‌پذیری کم‌تری دارد.

$$4 \text{ (۴)} \quad 3 \text{ (۳)} \quad 2 \text{ (۲)} \quad 1 \text{ (۱)}$$

۱۳۳- کدام مطالب زیر درست‌اند؟

- (آ) هالوژن متعلق به دوره سوم جدول در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.
- (ب) بیش از نیمی از عنصرهای دوره دوم جدول در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.
- (پ) در دوره سوم جدول شعاع اتمی فلزی که در ساخت لوازم آشپزخانه به کار می‌رود بیشتر از فلزی است که به آسانی با چاقو بریده می‌شود.
- (ت) اولین عنصر واسطه دوره چهارم برخلاف سومین عنصر واسطه این دوره، تنها یک کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهد.

$$1 \text{ «آ»، «ب» (۱)} \quad 2 \text{ «آ»، «ت» (۲)} \quad 3 \text{ «ب»، «ت» (۳)} \quad 4 \text{ «ب»، «پ» (۴)}$$

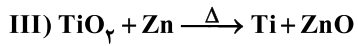
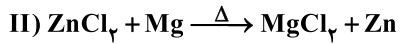
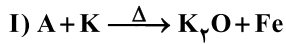
۱۳۴- تفاوت شمار عنصرهای اصلی و عنصرهای واسطه در پنج دوره نخست جدول تناوبی کدام است؟

$$12 \text{ (۴)} \quad 14 \text{ (۳)} \quad 16 \text{ (۲)} \quad 18 \text{ (۱)}$$

محل انجام محاسبات



۱۳۵- چه تعداد از عبارتهای پیشنهادشده در ارتباط با واکنشهای زیر درست است؟ (واکنشها به طور طبیعی انجام می‌شوند و در ترکیب یونی A، شمار کاتیون‌ها کم‌تر از شمار آنیون‌هاست.)



• اگر در واکنش (III) به جای Zn از سدیم استفاده شود، مجموع ضرایب اجزای واکنش ۴ واحد افزایش می‌یابد.

• اگر در واکنش (I) به جای K از فلز آلومینیم استفاده شود، باز هم واکنش به طور طبیعی انجام می‌شود.

• ترکیب A به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود.

• از واکنش فلز منیزیم با ترکیب  $TiCl_4$  می‌توان فلز تیتانیم به دست آورد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)





# آزمون‌های سراسری کاج

گزینه‌درسدرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

دفترچه شماره ۳

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۴۰۲/۱۰/۰۲

## پاسخ‌های تشریحی

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سوال		تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۸۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۳	
	۳۵	۳۱	۵	ریاضی ۱	
	۴۰	۳۶	۵	حسابان ۱	
	۵۰	۴۱	۱۰	هندسه ۲	
	۵۵	۵۱	۵	آمار و احتمال	
۴۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	فیزیک ۳	۲
	۹۰	۸۱	۱۰	فیزیک ۱	
	۱۰۰	۹۱	۱۰	فیزیک ۲	
۲۵ دقیقه	۱۱۵	۱۰۱	۱۵	شیمی ۳	۳
	۱۲۵	۱۱۶	۱۰	شیمی ۱	
	۱۳۵	۱۲۶	۱۰	شیمی ۲	



حال در بررسی گزینه‌ها خواهیم داشت:

$$۱) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x+1)}{f(x)} = \frac{f(2)}{f(1)} = \frac{\text{عدد مثبت}}{+} = +\infty$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{f(x+1)} = \frac{f(2)}{f(3)} = \frac{\text{عدد مثبت}}{-} = -\infty$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x-4}{f(x)} = \frac{-5}{+} = -\infty$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x-1)}{x-1} = \frac{f(0)}{0^+} = \frac{\text{عدد مثبت}}{+} = +\infty$$

بنابراین تنها گزینه (۲) صحیح است.

۵) از رابطه  $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin(\alpha - \frac{\pi}{4})$  داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-} \frac{\sin 2x - \cos 2x}{\sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})} = \frac{\sin \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{2}}{\sqrt{2} \sin(0^-)} = \frac{1-0}{\sqrt{2} \times (0^-)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

۶) با توجه به این که  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$ ، ابتدا وضعیت صورت

کسر را بررسی می‌کنیم.

$$x \rightarrow 2^+ \Rightarrow (-1)^{[x]} = (-1)^{[2^+]} = (-1)^2 = 1$$

$$x \rightarrow 2^- \Rightarrow (-1)^{[x]} = (-1)^{[2^-]} = (-1)^1 = -1$$

بنابراین برای آن که حدهای چپ و راست تابع  $f(x)$  در  $x=2$  برابر  $-\infty$  باشد، باید داشته باشیم:

$$\begin{cases} x \rightarrow 2^+ \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^- \\ x \rightarrow 2^- \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^+ \end{cases}$$

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$۱) \begin{cases} x \rightarrow 2^+ \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^+ \\ x \rightarrow 2^- \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^+ \end{cases}$$

$$۲) \begin{cases} x \rightarrow 2^+ \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^+ \\ x \rightarrow 2^- \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^- \end{cases}$$

$$۳) \begin{cases} x \rightarrow 2^+ \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^+ \\ x \rightarrow 2^- \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^- \end{cases}$$

$$۴) g(x) = -(x-2)^3 : \begin{cases} x \rightarrow 2^+ \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^- \\ x \rightarrow 2^- \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^+ \end{cases}$$

۷) حدهای چپ و راست در  $x=2$  هر دو  $-\infty$  هستند و با توجه

به این که صورت کسر عددی منفی است، بنابراین در هر دو حالت  $x \rightarrow 2^+$  و  $x \rightarrow 2^-$  مخرج کسر باید به  $0^+$  میل کند. در این حالت لزوماً  $x=2$  ریشه مضاعف مخرج است.

$x=2$  ریشه مضاعف مخرج است

$$\Rightarrow \text{مخرج کسر} = 2(x-2)^2 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = -8 \Rightarrow a = -4 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow a+b = 4$$

## ریاضیات

۱) حد هر یک از توابع را در  $x=1$  بررسی می‌کنیم.

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x-1} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-2}{x-1} = \frac{-1}{0^-} = +\infty \end{cases}$$

بنابراین  $f(x)$  در  $x=1$  حدهای نامتناهی چپ و راست هم علامت ندارد.

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x + 2}{(x-1)^2} = \frac{6}{0^+} = +\infty$$

$g(x)$  در  $x=1$  حدهای نامتناهی چپ و راست هم علامت دارد.

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 1} h(x) = \frac{-1}{1^- - 1} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$h(x)$  در  $x=1$  حدهای نامتناهی چپ و راست هم علامت دارد.

$$\text{د) } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} m(x) = \frac{+1}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} m(x) = \frac{-1}{0^+} = -\infty \end{cases}$$

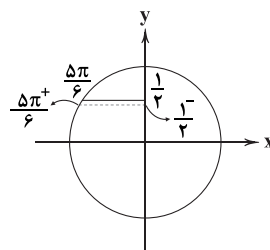
$m(x)$  در  $x=1$  حدهای نامتناهی چپ و راست هم علامت ندارند.

بنابراین توابع  $g(x)$  و  $h(x)$  در  $x=1$  حد نامتناهی هم علامت دارند.

۲) ابتدا هر یک از براکت‌ها را به عدد تبدیل می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^+} \frac{9x^2 - [\frac{-\lambda}{3x}]}{3x - [\frac{2}{x}]} &= \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^+} \frac{9x^2 - [-\frac{\lambda}{1^+}]}{3x - [\frac{2}{1^+}]} \\ &= \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^+} \frac{9x^2 - [(-\lambda)^+]}{3x - [2^-]} = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^+} \frac{9x^2 + \lambda}{3x - 1} = \frac{9}{0^+} = +\infty \end{aligned}$$

۳) ۳



$$\begin{aligned} \frac{a^2 - 2a[\frac{5\pi}{6}]^+}{2(\frac{1}{2})^- - 1} &= +\infty \\ \Rightarrow \frac{a^2 - 2a(2)}{1^- - 1} &= +\infty \Rightarrow \frac{a^2 - 4a}{0^-} = +\infty \\ \Rightarrow a^2 - 4a < 0 &\Rightarrow 0 < a < 4 \end{aligned}$$

در این بازه مقادیر صحیح ۱ و ۲ و ۳ برای  $a$  وجود دارد.

۴) با توجه به نمودار داریم:

$$\begin{cases} x \rightarrow (-1)^- \Rightarrow f(x) \rightarrow 0^- \\ x \rightarrow (-1)^+ \Rightarrow f(x) \rightarrow 0^+ \\ x \rightarrow 1 \Rightarrow f(x) \rightarrow 0^+ \\ x \rightarrow 3^- \Rightarrow f(x) \rightarrow 0^+ \\ x \rightarrow 3^+ \Rightarrow f(x) \rightarrow 0^- \end{cases}$$



در این نقطه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \frac{1}{1 \times (\cdot^+) \times 6} = \frac{1}{\cdot^+} = +\infty \Rightarrow x=1 \text{ مجانب قائم تابع است.}$$

$$3) x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

با توجه به دامنه تعریف تابع  $f(x) = (D_f = (1, +\infty))$  در هیچ همسایگی چپ یا راست  $x = -1$  و  $x = -2$  تابع  $f(x)$  تعریف نمی‌شود پس  $x = -1$  و  $x = -2$  مجانب قائم تابع نیستند. بنابراین خط  $x = 1$  تنها مجانب قائم تابع  $f(x)$  است.

۱ ۱۱

$$3x - 7 \equiv 0 \Rightarrow 3x \equiv 7 \Rightarrow 3x \equiv 12 \Rightarrow x \equiv 4 \Rightarrow x = 5k + 4$$

$$100 \leq x < 1000 \Rightarrow 100 \leq 5k + 4 < 1000$$

$$\Rightarrow 96 \leq 5k < 996 \Rightarrow 19/2 \leq k < 199/2$$

$$k \in \{20, 21, 22, \dots, 199\}$$

$$18 = 199 - 20 + 1 = \text{تعداد حالات}$$

شرط جواب داشتن معادله  $ax + by = c$  آن است

۳ ۱۲

 $c | (a, b)$  با بررسی گزینه‌ها داریم:

$$(a+3)x + 24y = 15 \xrightarrow{a=6} 9x + 24y = 15$$

$$(24, 9) = 3 | 15$$

اگر تعداد تیرهای ۳ امتیازی  $x$  و تعداد تیرهای ۲ امتیازی  $y$ 

۴ ۱۳

باشد، داریم:

$$3x + 2y = 18$$

$$3x \equiv 18 \Rightarrow x \equiv 6 \Rightarrow x \equiv 0 \Rightarrow x = 2k$$

$$6k + 2y = 18 \Rightarrow y = -3k + 9$$

$$\left. \begin{aligned} x \geq 0 &\Rightarrow 2k \geq 0 \Rightarrow k \geq 0 \\ y \geq 0 &\Rightarrow -3k + 9 \geq 0 \Rightarrow k \leq 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 \leq k \leq 3$$

$$x + y \leq 10 \Rightarrow -k + 9 \leq 10 \Rightarrow k \geq -1$$

$$\Rightarrow k \in \{0, 1, 2, 3\}$$

$$k = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 9 \end{cases}$$

$$k = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$$

$$k = 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$k = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 0 \end{cases}$$

دقت کنیم که در این تست  $\Delta = p-1$  است و در این حالت

۲ ۱۴

تعداد رئوس با درجه  $(p-1)$  حداکثر برابر  $\delta$  است یعنی این گراف حداکثر ۳ رأس از درجه ۸ دارد. برای حداکثر شدن تعداد یال‌ها یک رأس را از درجه ۳ (شرط  $\delta = 3$  برقرار شود) در نظر گرفته و باقی رئوس را از درجه ۷ فرض می‌کنیم. پس دنباله درجات رئوس این گراف به قرار زیر می‌شود:

$$3, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8$$

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q \Rightarrow 3 + 5 \times 7 + 3 \times 8 = 2q \Rightarrow 3 + 35 + 24 = 2q$$

$$\Rightarrow 2q = 62 \Rightarrow q = 31$$

برای آن‌که تابع  $f(x)$  فقط یک مجانب قائم داشته باشد باید

۴ ۸

یکی از حالت‌های زیر برقرار باشد:

الف) مخرج کسر تنها یک ریشه داشته باشد. یعنی در مخرج کسر ریشه مضاعف داشته باشیم:

$$\Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 4(36) = 0 \Rightarrow m^2 = 144 \Rightarrow m = \pm 12$$

ب) مخرج دارای ۲ ریشه باشد که یکی از ریشه‌های آن با یک ریشه صورت کسر مشترک باشد.

$$x^2 - x - 20 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$25 + 5m + 36 = 0 \Rightarrow \text{ریشه مشترک صورت و مخرج}$$

$$\Rightarrow m = -\frac{61}{5}$$

$$-4 = -4 \Rightarrow 16 - 4m + 36 = 0 \Rightarrow m = 13$$

بنابراین برای آن‌که تابع  $f(x)$  فقط یک مجانب قائم داشته باشد ۴ مقدار برای  $m$  وجود دارد.

۴ ۹

ابتدا کسر را تا حد ممکن ساده می‌کنیم.

$$f(x) = \frac{x(x-1)(x-3)}{-(x-1)(x+5)} = \frac{-x(x-3)}{x+5}, x \neq 1$$

مجانب قائم  $x = -5 \Rightarrow x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$  مخرج

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-5)^-} f(x) = \frac{-4^0}{\cdot^-} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-5)^+} f(x) = \frac{-4^0}{\cdot^+} = -\infty \end{cases}$$

بنابراین نمودار تابع  $f(x)$  در همسایگی  $x = -5$  به صورت زیر است.

$$x = -5$$

خط عمودی  $x = a$  را مجانب قائم تابع  $f(x)$  گوئیم هرگاه

۱ ۱۰

حداقل یکی از حالت‌های زیر برقرار باشد:

$$1) \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

$$3) \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

$$4) \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

باید توجه شود که هر ریشه مخرج کسر که:

الف) در مخرج صفر مطلق ایجاد کند، مجانب قائم تابع نیست.

ب) در هیچ همسایگی چپ یا راست آن، تابع  $f(x)$  تعریف نشده باشد، مجانب قائم تابع نیست.

ابتدا ریشه‌های مخرج کسر را به دست می‌آوریم.

$$1) [x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$$

همه این اعداد در مخرج کسر، صفر مطلق ایجاد می‌کنند بنابراین در این بازه مجانب قائم نداریم.

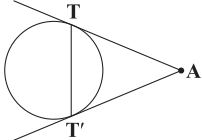
$$2) \sqrt{x-1} = 0 \Rightarrow x = 1$$



ب) صفحه P از رأس O بگذرد، شامل مولد d نباشد در این حالت فصل مشترک دو خط متقاطع خواهد بود.

ج) صفحه P از رأس O بگذرد و در نقطه دیگری رویه را قطع نکند، فصل مشترک نقطه O می‌باشد.

ابتدا طول قطعه مماس را به دست می‌آوریم. **۲۲**



$$AT = \sqrt{f(x_0, y_0)} = \sqrt{1+4-2+4-2} = \sqrt{5}$$

پس به مرکز A و شعاع  $\sqrt{5}$  دایره‌ای رسم می‌کنیم. وتر مشترک این دایره و دایره اصلی خطی است که نقاط تماس را به هم وصل می‌کند.

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$$

معادله وتر مشترک به صورت زیر است:

$$(x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2) - (x^2 + y^2 - 2x - 4y) = 0 \Rightarrow 6y - 2 = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

**۲۳**

$$O \begin{cases} \frac{a}{2} = 1 \\ \frac{b}{2} = -2 \end{cases}$$

$$R = \frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{4 + 16 - 4} = 2$$

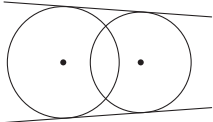
$$O' \begin{cases} -1 \\ 0 \end{cases} \quad R' = \sqrt{2}$$

$$OO' = \sqrt{(1+1)^2 + (-2-0)^2} = 2\sqrt{2}$$

$$R + R' = 2 + \sqrt{2}, \quad |R - R'| = 2 - \sqrt{2}$$

$$2 - \sqrt{2} < 2\sqrt{2} < 2 + \sqrt{2} \Rightarrow |R - R'| < OO' < R + R'$$

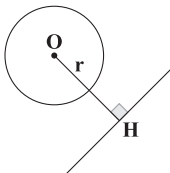
بنابراین دو دایره متقاطع‌اند. تعداد مماس مشترک‌ها در این حالت ۲ تا می‌باشد.



**۲۴**

$$O = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (1, -2), \quad R = \frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 2$$

حال فاصله مرکز دایره از خط را به دست می‌آوریم.



$$OH = \frac{|3 - 8 - 15|}{\sqrt{9 + 16}} = 4$$

$$OH - r = 4 - 3 = 1$$

اگر دو دایره مماس خارج باشند آن‌گاه سه مماس مشترک خواهند داشت. **۲۵**

$$OO' = r + r'$$

$$C: O(-2, 1), \quad r = 7 \Rightarrow OO' = \sqrt{(k+2)^2 + (-3-1)^2}$$

$$C': O'(k, -3), \quad r' = 10 \Rightarrow \sqrt{(k+2)^2 + 16} = 7 + 10 \Rightarrow (k+2)^2 = 273$$

$$\Rightarrow k + 2 = \pm \sqrt{273} \Rightarrow k = -2 \pm \sqrt{273} \Rightarrow k_1 + k_2 = -4$$

**۱۵** در گزینۀ (۱)، ۳ رأس از درجه فرد داریم در صورتی که

می‌دانیم تعداد رئوس فرد همواره یک عدد زوج است.

در گزینۀ (۲)،  $p = 7$  است و دو رأس از درجه  $p - 1 = 6$  داریم. بنابراین در این گراف حتماً  $\delta \geq 2$  است، ولی رأسی از درجه ۱ در آن وجود دارد و در گزینۀ (۳) هیچ درجه رأس تکراری وجود ندارد.

از  $N_G(a) = \{b, c, e\}$  درمی‌یابیم که یال‌های

$ae, ac, ab$  در این گراف وجود دارد اما یال  $ad$  وجود ندارد.

$$q_{\max} = \frac{p(p-1)}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10 \Rightarrow \begin{cases} 3 \rightarrow 3: \text{ یال‌هایی که داریم} \\ 1 \rightarrow 0: \text{ یال‌هایی که نداریم} \\ 6 \rightarrow 4: \text{ یال‌های بالاتر از ۴} \end{cases} q = 7$$

$$\text{جواب} = \binom{3}{3} \binom{1}{0} \binom{6}{4} = 1 \times 1 \times 15 = 15$$

گرافی با ۴ رأس حداکثر دارای ۶  $q_{\max} = \frac{p(p-1)}{2}$  یال

است که یال‌های  $bc, ab$  در آن حتماً وجود دارد (یک حالت) و  $4$  یال  $bd, cd, ac, ad$  در آن باقی می‌ماند.

چون  $\deg a = 2$  است و یال  $ab$  وجود دارد پس از بین ۲ یال  $ac, ad$  یکی را انتخاب می‌کنیم و ۲ یال  $bd, cd$  هر کدام ۲ حالت دارند.

$$\begin{matrix} ac & ad & cd & bd \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \binom{2}{1} & \times 2 & \times 2 & \times 2 \end{matrix} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 8$$

می‌دانیم در گراف کامل  $\Delta = \delta = p - 1$  و  $q = \frac{p(p-1)}{2}$  **۱۸**

است، پس داریم:

$$q + p = 3\Delta + \delta + 1 \Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} + p = 3(p-1) + p - 1 + 1$$

$$\Rightarrow \frac{p^2}{2} - p + 2p = 3p - 6 \Rightarrow p^2 - 7p + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (p-6)(p-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} p=6 \Rightarrow q = \frac{p(p-1)}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15 \\ p=1 \Rightarrow q = \frac{p(p-1)}{2} = 0 \end{cases}$$

**۱۹**

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q \Rightarrow 5 + 4 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 2q = 24 \Rightarrow q = 12$$

چون گراف دارای ۹ رأس است و  $p$  فرد است چنانچه گراف را به صورت  $k$  - منتظم درآوریم حتماً باید  $k$  زوج شود که کم‌ترین مقدار آن برای این گراف ۶ است.

$$kp = 2q \Rightarrow 6 \times 9 = 2q \Rightarrow q = 27$$

$$\text{حداقل تعداد یال اضافه شده} = 27 - 12 = 15$$

اگر  $p$  را فرد اختیار کنیم عدد  $k$  در گراف  $k$  - منتظم مرتبه  $p$

حتماً زوج است و چون  $k, 5$  مقدار را می‌تواند اختیار کند پس  $\{k\} = \{0, 2, 4, 6, 8\}$  است. بنابراین  $p = 9$  است و چون می‌خواهیم بیشترین تعداد یال را داشته باشیم  $k = 8$  است.

$$kp = 2q \Rightarrow 8 \times 9 = 2q \Rightarrow q = 36$$

سه حالت زیر رخ می‌دهد. **۲۱**

الف) صفحه P از روی مولد d و رأس O بگذرد، در این حالت فصل مشترک یک خط خواهد بود.



۳۱ ۲ داریم:

$$\sqrt{(\sqrt{3}+2)^2} - \sqrt{a+b\sqrt{3}} = 0$$

واضح است که زیر رادیکال دوم باید به صورت  $(\sqrt{3}+2)^2$  باشد پس داریم:

$$(\sqrt{3}+2)^2 = 3\sqrt{3} + 8 + 12\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 15\sqrt{3} + 26 = a + b\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 26 \\ b = 15 \end{cases} \Rightarrow a + b = 41$$

۳۲ ۲

$$\frac{(2\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{25}+\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} \times \frac{16}{(\sqrt{40}-\sqrt{10})(\sqrt{40}+\sqrt{10})}$$

$$\Rightarrow \frac{(2\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-1)}{5-1} \times \frac{16}{(2\sqrt{5}-2)(2\sqrt{5}+2)} = \frac{16}{8} = 2$$

دو طرف معادله را در  $x-1$  ضرب می‌کنیم پس داریم:

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x^{\circ} = 1 \Rightarrow (x^{\circ} + 1)^6 = 2^6 = 64$$

۳۴ ۴

$$\frac{(a + \frac{1}{a})(a - \frac{1}{a})(a^2 + \frac{1}{a^2})}{a^3 + \frac{1}{a^3}} = \frac{a^6 - \frac{1}{a^6}}{a^3 + \frac{1}{a^3}} = \frac{a^6 - 1}{(a^3 + 1)a}$$

$$\frac{a = \sqrt[3]{2}}{5\sqrt[3]{2}} \rightarrow \frac{4\sqrt[3]{4}-1}{5\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{8\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}}{10}$$

۳۵ ۲ بررسی گزاره‌ها:

الف) اگر  $a = 4$ ,  $b = 2$  باشد،  $a^2 \geq 2^4$ ب) چون  $a$  در بازه  $[-1, 0]$  است، رابطه  $\sqrt[3]{a} \leq \sqrt{a}$  صحیح است.

ج)

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = 3 \\ \sqrt{x+2} - \sqrt{x-4} = A \end{cases} \xrightarrow{\times} x+2-x+4 = 3A$$

$$\Rightarrow 6 = 3A \Rightarrow A = 2 \Rightarrow A^2 + A = 6$$

$$S_n = a_1 \times \frac{1-q^n}{1-q} \text{ و } a_n = a_1 q^{n-1} \text{ در هر دنباله هندسی} \quad ۳۶ ۱$$

بنابراین:

$$a_{101} = 25 \Rightarrow a_1 q^{100} = 25 \quad (1)$$

$$S_{101} = 625 \Rightarrow a_1 \times \frac{1-q^{101}}{1-q} = 625 \quad (2)$$

$$\text{مجموع عکس دو یست و یک جمله اول} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_1 q} + \dots + \frac{1}{a_1 q^{100}}$$

$$= \frac{1}{a_1} \times \frac{1 - (\frac{1}{q})^{101}}{1 - \frac{1}{q}} = \frac{1}{a_1} \times \frac{q^{101} - 1}{q - 1} = \frac{q^{101} - 1}{a_1 q^{100} (q - 1)}$$

$$\text{صورت و مخرج را در } a_1 \text{ ضرب می‌کنیم} \quad \frac{a_1 (q^{101} - 1)}{a_1^2 q^{100} (q - 1)} = a_1 \times \frac{q^{101} - 1}{q - 1} \times \frac{1}{(a_1 q^{100})^2}$$

$$\text{با استفاده از} \quad \frac{625 \times (\frac{1}{25})^2}{(2) \times (1)} = 1$$

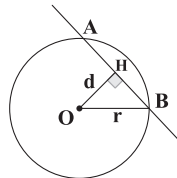
۲۶ ۳ برای به دست آوردن معادله وتر مشترک کافی است معادله دو

دایره را از هم کم کنیم.

$$x^2 + y^2 + 2x - 3 - (x^2 + y^2 + 2y - 3) = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 2y = 0 \Rightarrow x = y$$

۲۷ ۱



$$O = (-6, -1) \quad r = \sqrt{21}$$

$$d = \frac{|2(-6) + 2(-1) + 2|}{\sqrt{4+9}} = \frac{13}{\sqrt{13}} = \sqrt{13}$$

$$HB^2 = r^2 - d^2 = 21 - 13 = 8 \Rightarrow HB = 2\sqrt{2}$$

$$AB = 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

۲۸ ۳ دو دایره مماس داخلی اند، هرگاه:

$$x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 = 8 \Rightarrow (x-1)^2 + y^2 = 9 \Rightarrow r = 3, O(1, 0)$$

$$x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 + 2y + 1 - 1 = k \Rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = k+2$$

$$\Rightarrow r' = \sqrt{k+2}, O'(1, -1)$$

$$d = OO' = \sqrt{(1-1)^2 + (0+1)^2} = 1$$

$$d = |r - r'| \Rightarrow 1 = |3 - \sqrt{k+2}| \Rightarrow 3 - \sqrt{k+2} = \pm 1$$

$$\begin{cases} 3 - \sqrt{k+2} = 1 \Rightarrow \sqrt{k+2} = 2 \Rightarrow k = 2 \\ 3 - \sqrt{k+2} = -1 \Rightarrow \sqrt{k+2} = 4 \Rightarrow k = 14 \end{cases}$$

۲۹ ۱ شرط مسأله را می‌نویسیم.

$$M(x, y)$$

$$|MA| = 2|MB|$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2} = 2\sqrt{(x+2)^2 + (y-4)^2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = 4(x^2 + 4x + 4 + y^2 - 8y + 16)$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 18x - 26y + 7 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 6x - \frac{26}{3}y + \frac{7}{3} = 0$$

معادله مورد نظر، دایره به مرکز  $(-3, \frac{13}{3})$  است.

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \quad ۳۰ ۳$$

$$\left. \begin{aligned} A(-1, 0) \xrightarrow{\text{در معادله دایره}} 1 - a + c = 0 \\ B(3, 0) \xrightarrow{\text{در معادله دایره}} 9 + 3a + c = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a = -2, c = -3$$

$$C(0, -3) \xrightarrow{\text{در معادله دایره}} 9 - 3b + c = 0 \xrightarrow{c = -3} b = 2$$

$$\text{مرکز} = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (1, -1)$$

$$m_{OA} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0+1}{-1-1} = -\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{معکوس و قرینه}} \text{شیب خط مماس} = 2$$

$$A \text{ معادله خط مماس در نقطه } A \xrightarrow{x=0} y - 0 = 2(x+1) \xrightarrow{x=0} y = 2$$





$$\hat{x} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow \widehat{BD} = 2x$$

$$3^\circ = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BD}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} - \widehat{BD} = 6^\circ$$

$$\Rightarrow 18^\circ - \widehat{BD} - \widehat{BD} = 6^\circ$$

$$\Rightarrow 18^\circ - 2(2x) = 6^\circ \Rightarrow 4x = 12^\circ \Rightarrow x = 3^\circ$$

$$x = \frac{\widehat{AB} + 18^\circ}{2}, y = \frac{\widehat{DC} + 18^\circ}{2}$$

$$x - y = \frac{\widehat{AB}}{2} + \frac{18^\circ}{2} - \frac{\widehat{DC}}{2} - \frac{18^\circ}{2}$$

$$\text{محاطی } \hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = 14^\circ$$

$$\text{محاطی } \hat{C} = \frac{\widehat{BD}}{2} \Rightarrow \widehat{BD} = 16^\circ$$

$$x - y = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AD} - (\widehat{AC} - \widehat{AD})}{2}$$

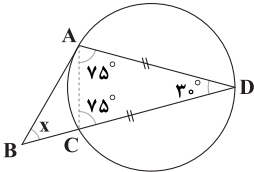
$$x - y = \frac{16^\circ - 14^\circ}{2} = 1^\circ$$

$$\text{محاطی } \hat{x} = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = 2x$$

$$4^\circ = \frac{\widehat{ABC} - \widehat{AC}}{2} \Rightarrow 8^\circ = \widehat{ABC} - \widehat{AC}$$

$$\Rightarrow 8^\circ = 36^\circ - \widehat{AC} - \widehat{AC} \Rightarrow 2\widehat{AC} = 28^\circ$$

$$\Rightarrow 2(2x) = 28^\circ \Rightarrow x = 7^\circ$$



$$\text{محاطی } \hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = 6^\circ$$

$$\text{محاطی } \hat{C} = \frac{\widehat{AD}}{2} \Rightarrow \widehat{AD} = 15^\circ$$

$$\hat{x} = \frac{\widehat{AD} - \widehat{AC}}{2} = \frac{15^\circ - 6^\circ}{2} = 4.5^\circ$$

$$OA = OB = AB = 6 \Rightarrow \widehat{AOB} = 6^\circ$$

$$S = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = \frac{\pi r^2 \times 300}{360} = \frac{\pi \times 6^2 \times 300}{360} = 30\pi$$

$$\text{محاطی } \hat{D} = \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow \widehat{AB} = 25^\circ$$

$$\widehat{ADB} = 36^\circ - 25^\circ = 11^\circ$$

$$\alpha = \frac{\widehat{AB} - \widehat{ADB}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{25^\circ - 11^\circ}{2} = \frac{14^\circ}{2} = 7^\circ$$

$$\hat{x} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} = \frac{18^\circ + 4^\circ}{2} = 11^\circ$$

۲ ۴۱

۴ ۳۷ چون  $m$  و  $n$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 4x - 2 = 0$  می‌باشند، بنابراین  $m+n=4$  و  $mn=-2$  است.

اکنون از  $f(m + \frac{1}{n}) = f(n + \frac{1}{m}) = 0$  نتیجه می‌گیریم که ریشه‌های معادله

درجه دوم  $2x^2 + bx + c = 0$  برابر  $m + \frac{1}{n}$  و  $n + \frac{1}{m}$  می‌باشند پس:

$$-\frac{b}{2} = m + \frac{1}{n} + n + \frac{1}{m}$$

$$\Rightarrow -\frac{b}{2} = m + n + \frac{m+n}{mn} = 4 + \frac{4}{-2} = 2 \Rightarrow b = -4$$

$$\frac{c}{2} = (m + \frac{1}{n})(n + \frac{1}{m})$$

$$\Rightarrow \frac{c}{2} = mn + 1 + 1 + \frac{1}{mn} = -2 + 1 + 1 + \frac{1}{-2} \Rightarrow c = -1$$

$$b + c = -5$$

۱ ۳۸

$$\frac{x}{x^2 + x + 1} + \frac{x}{x^2 - x + 1} = 1 \Rightarrow \frac{1}{x^2 + x + 1} + \frac{1}{x^2 - x + 1} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+1+\frac{1}{x}} + \frac{1}{x-1+\frac{1}{x}} = 1$$

$$\frac{x+\frac{1}{x}=y}{y+1} + \frac{1}{y-1} = 1 \Rightarrow \frac{y-1+y+1}{(y+1)(y-1)} = 1$$

$$\Rightarrow y^2 - 1 = 2y$$

$$y^2 - 2y - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow \alpha + \frac{1}{\alpha} = 1 + \sqrt{2} \\ y = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

فاقد جواب حقیقی

۴ ۳۹ می‌دانیم که  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b+2\sqrt{ab}}$  بنابراین:

$$\text{اگر فرض کنیم } \begin{cases} x + 2\sqrt{x-1} = a \\ x - 2\sqrt{x-1} = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=2x \\ ab=x^2-4x+4 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2 \Rightarrow \sqrt{2x+2\sqrt{x^2-4x+4}} = 2$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 2x + 2\sqrt{(x-2)^2} = 4 \Rightarrow |x-2| = 2-x \Rightarrow x-2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x \leq 2 \xrightarrow{\cap(x \geq 1)} 1 \leq x \leq 2 \Rightarrow \text{معادله بی‌شمار جواب دارد}$$

$$\frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1 \text{ معادله } (6, 0) \text{ و } (0, 8) \text{ خط گذرنده از نقاط}$$

می‌باشد.

نقطه واقع بر محور  $x$ ها را  $(\alpha, 0)$  در نظر می‌گیریم. اکنون فاصله این نقطه از

$$\text{خط به معادله } 4x + 3y - 24 = 0 \text{ برابر } \frac{|4\alpha - 24|}{5} \text{ و از محور } y \text{ها برابر } |\alpha|$$

می‌باشد، پس باید:

$$\frac{|4\alpha - 24|}{5} = |\alpha| \Rightarrow \begin{cases} 4\alpha - 24 = 5\alpha \Rightarrow \alpha = -24 \\ 4\alpha - 24 = -5\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{4}{9} \end{cases}$$

۱ ۴۲

۳ ۴۳

۲ ۴۴

۴ ۴۵

۳ ۴۶

۲ ۴۷



$P(B') = 1 - P(B) = 1 - 0.4 = 0.6$  **۴ ۵۳**

$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \Rightarrow 0.6 = \frac{P(A \cap B')}{0.6}$

$\Rightarrow P(A \cap B') = 0.36 \Rightarrow P(A - B) = 0.36$

$\Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = 0.36$

$P(A \cup B) = P(B) + P(A) - P(A \cap B) = 0.4 + 0.36 = 0.76$

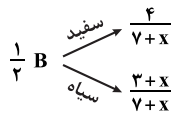
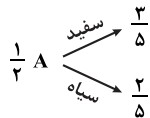
**۲ ۵۴** اگر دو مهره از ظرف اول و هشت مهره از ظرف دوم برداریم، و

در ظرف سوم قرار دهیم آن‌گاه  $\frac{2}{10}$  مهره‌های ظرف سوم از ظرف اول و  $\frac{1}{10}$  آن

از ظرف دوم انتخاب شده است.

$P(\text{سفید}) = \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{25} + \frac{1}{5} = \frac{3+5}{25} = \frac{8}{25} = 0.32$

**۳ ۵۵** اگر  $x$  مهره سیاه به ظرف دوم اضافه کنیم داریم:



$P(\text{سفید}) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{7+x} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{3}{5} + \frac{4}{7+x} = 1 \Rightarrow \frac{4}{7+x} = \frac{2}{5} \Rightarrow 7+x = 10 \Rightarrow x = 3$

**فیزیک**

**۱ ۵۶** نیروی گرانشی وارد بر ماهواره از طرف زمین، نیروی لازم برای

حرکت دایره‌ای ماهواره به دور زمین را تأمین می‌کند، بنابراین:

$F = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \frac{GM_e m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_e}{r}$

حال نسبت  $\frac{v_B}{v_A}$  را پیدا می‌کنیم:

$\left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = \frac{r_A}{r_B} \Rightarrow \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = \frac{R_e + R_e}{R_e + 4R_e} = \frac{2R_e}{5R_e} = \frac{2}{5}$

$\Rightarrow \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = \frac{2}{5}$  جذر  $\rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{2}{5}}$

چون جرم دو ماهواره یکسان است، بنابراین با توجه به رابطه تکانه داریم:

$p = mV \Rightarrow \frac{p_B}{p_A} = \frac{V_B}{V_A} = \sqrt{\frac{2}{5}}$

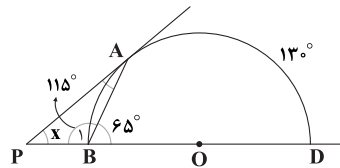
**۲ ۵۷** ابتدا اندازه شتاب گرانشی را در مدار چرخش ماهواره به دست

می‌آوریم:

$W_h = mg_h \xrightarrow{W_h = 1000\text{N}, m = 400\text{kg}} 1000 = 400g_h$

$\Rightarrow g_h = \frac{1000}{400} = 2.5 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

**۱ ۴۸**



محاظی  $\hat{B} = 65^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 130^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 50^\circ$

ظلی  $P\hat{A}B = \frac{\widehat{AB}}{2} = 25^\circ$

$\hat{B} = 65^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 115^\circ$

$\hat{x} = 180^\circ - (115^\circ + 25^\circ) = 40^\circ$

**۴ ۴۹**

محاظی  $\hat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow \widehat{AB} = 100^\circ$

ظلی  $\hat{x} = \frac{\widehat{AB}}{2} = 50^\circ$

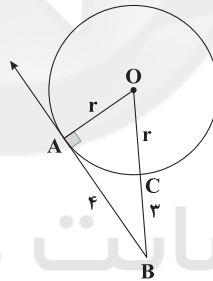
ظلی  $C\hat{A}D = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = 120^\circ$

محاظی  $\hat{y} = \frac{\widehat{AC}}{2} = 60^\circ$

$x + y = 50 + 60 = 110^\circ$

**۲ ۵۰** شعاع بر خط مماس در نقطه تماس عمود است

بنابراین  $\hat{A} = 90^\circ$  و داریم:



$(r+3)^2 = r^2 + 4^2$

$\Rightarrow r^2 + 6r + 9 = r^2 + 16 \Rightarrow 6r = 7 \Rightarrow r = \frac{7}{6}$

**۲ ۵۱** اگر A پیشامد آن باشد که یکی از دو تاس ۶ بیاید و پیشامد

B آن باشد که مجموع دو تاس ۱۰ باشد.

$n(S) = 36$

$B = \{(4, 6), (5, 5), (6, 4)\} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

$A \cap B = \{(4, 6), (6, 4)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{18}}{\frac{1}{12}} = \frac{2}{3}$

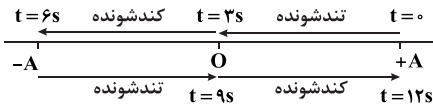
**۱ ۵۲**

$P((A-B)|A) = \frac{P((A-B) \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A-B)}{P(A)}$

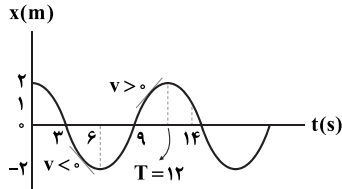
$= \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$



با توجه به این که  $T = 12s$  است. حرکت نوسانگر در بازه‌های زمانی  $t = 3s$  تا  $t = 6s$  و  $t = 9s$  تا  $t = 12s$  کندشونده است.



در بازه زمانی  $t = 3s$  تا  $t = 6s$  چون شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان، یعنی سرعت، منفی است، پس نوسانگر در خلاف جهت محور X حرکت کرده است، ولی در بازه زمانی  $t = 9s$  تا  $t = 12s$  در جهت محور X حرکت کرده است.

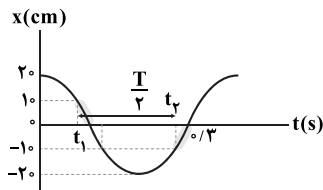


پس پاسخ نهایی، بازه زمانی  $t = 9s$  تا  $t = 12s$  است که حرکت کندشونده و در جهت محور Xها بوده است. که این بازه زمانی معادل ۳ ثانیه است.

با توجه به شکل داده شده در سؤال داریم: **۴ ۶۳**

$$3 \frac{T}{4} = 0/3 \Rightarrow T = 0/4s$$

بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  معادل  $\frac{T}{4}$  است، زیرا به دلیل تقارن در نمودار مکان - زمان نوسانگر، می‌توان بازه زمانی بالایی را با قسمت پایینی جایگزین کرد و بازه به دست آمده، معادل  $\frac{T}{4}$  خواهد شد.



$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{0/4}{4} = 0/2$$

متحرک در یک نوسان کامل (T) مسافت  $4A$  را طی می‌کند، پس در  $\frac{T}{4}$  مسافت  $2A$  را طی می‌کند و با توجه به نمودار داریم:

$$A = 20 \text{ cm} = 0/2 \text{ m}$$

$$l = 2A = 2 \times 0/2 = 0/4 \text{ m}$$

بنابراین:

تندی متوسط نوسانگر برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{0/4 \text{ m}}{0/2 \text{ s}} \rightarrow s_{av} = \frac{0/4}{0/2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**۱ ۶۴** چون بیشترین طول فنر  $65 \text{ cm}$  و کم‌ترین طول آن  $25 \text{ cm}$  است، بنابراین طول پاره خط نوسان و دامنه نوسان برابر است با:

$$\text{طول پاره خط نوسان} = 65 - 25 = 40 \text{ cm}$$

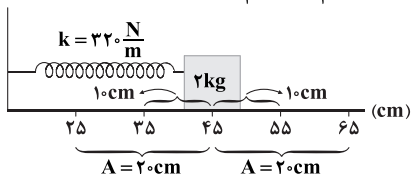
$$\text{دامنه نوسان} = \frac{\text{طول پاره خط نوسان}}{2} \Rightarrow A = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}$$

نقطه تعادل نیز دقیقاً وسط فاصله  $65 \text{ cm}$  و  $25 \text{ cm}$  است، یعنی داریم:

$$\text{نقطه تعادل} = \frac{25 + 65}{2} = 45 \text{ cm}$$

در نتیجه شکل را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت. حال اگر نوسانگر

از  $55 \text{ cm}$  به  $35 \text{ cm}$  برود، یعنی از  $\frac{A}{2}$  به  $-\frac{A}{2}$  رفته است.



حال با مقایسه اندازه شتاب گرانشی بر روی سطح زمین و اندازه شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین، می‌توان فاصله ماهواره از سطح زمین را محاسبه کرد، در نتیجه:

$$g_r = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_0}{g_h} = \left(\frac{R_e + h}{R_e}\right)^2 \quad \frac{g_0 = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{g_h = 2/5 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}$$

$$\frac{10}{2/5} = \left(\frac{R_e + h}{R_e}\right)^2 \Rightarrow 4 = \left(\frac{R_e + h}{R_e}\right)^2 \quad \text{جذر} \rightarrow$$

$$2 = \left(\frac{R_e + h}{R_e}\right) \Rightarrow 2R_e = R_e + h \Rightarrow R_e = h$$

$$\frac{h}{R_e} = 1$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

**۴ ۵۸** نیروی مرکزگرا بر مسیر عمود است، پس کار آن در هر فاصله‌ای

صفر است.

**۳ ۵۹** سرعت، مماس بر مسیر حرکت و شتاب از جسم به سمت

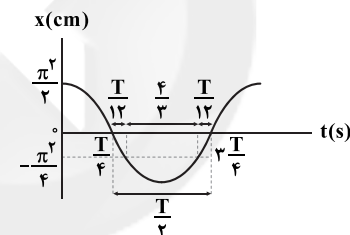
مرکز می‌باشد.

**۲ ۶۰** مسافت طی شده در یک دوره برابر با  $2\pi R$  می‌باشد. با

نسبت بندی، دوره حرکت را محاسبه می‌کنیم:

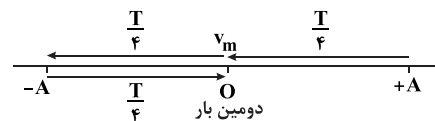
$$\frac{2\pi R}{4R} \mid \frac{T}{6s} \Rightarrow T = \frac{2\pi R \times 6}{4R} = 3\pi(s)$$

**۳ ۶۱** ابتدا باید دوره نوسانگر را به دست آوریم.



$$\frac{T}{2} - 2\left(\frac{T}{4}\right) = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{T}{2} = \frac{4}{3} \Rightarrow T = 4s$$

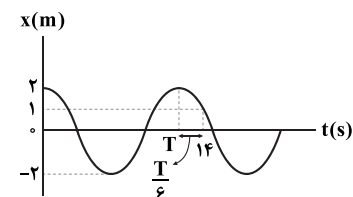
نوسانگر پس از  $3 \frac{T}{4}$  برای دومین بار از وضع تعادل می‌گذرد و سرعتش بیشینه می‌شود:



$$t = 3 \frac{T}{4} \xrightarrow{T=4s} t = 3 \times \frac{4}{4} = 3s$$

**۱ ۶۲** ابتدا باید دوره تناوب نوسانگر را تعیین کنیم. مطابق شکل زیر،

از صفر تا  $14$  ثانیه، نوسانگر یک دوره کامل (T) به علاوه  $\frac{T}{6}$  طی کرده است.



$$T + \frac{T}{6} = 14 \Rightarrow \frac{7T}{6} = 14 \Rightarrow T = 12s$$

هر گاه نوسانگر به نقطه تعادل ( $x = 0$ ) نزدیک شود، حرکتش تندشونده و هر گاه از نقطه تعادل دور شود، حرکتش کندشونده است.



برای آن که تشدید رخ دهد باید بسامدها با هم برابر شوند، بنابراین:

$$f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}} \xrightarrow{\text{توان}} \frac{k}{m} = \frac{g}{L}$$

نتیجه می‌شود که ثابت فنر و طول آونگ با هم رابطه عکس دارند، پس اگر طول آونگ را ۳ برابر کنیم، باید ثابت فنر  $\frac{1}{3}$  برابر شود تا هم‌چنان تساوی برقرار بوده و تشدید رخ دهد.

۶۸ | ابتدا بسامد وزنه A را به دست می‌آوریم:

$$\omega_A = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{200}{1}} = \sqrt{200} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

بسامد هر یک از وزنه‌های دیگر را نیز به دست می‌آوریم، هر کدام بسامدش با بسامد وزنه A برابر شود، برای آن‌ها تشدید رخ می‌دهد، بنابراین:

$$\omega_B = \sqrt{\frac{600}{3}} = \sqrt{200} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_C = \sqrt{\frac{500}{2.5}} = \sqrt{200} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_D = \sqrt{\frac{400}{6}} = \sqrt{\frac{200}{3}} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

مشاهده می‌شود بسامد وزنه‌های B و C با بسامد وزنه A برابر هستند، یعنی برای وزنه‌های B و C تشدید رخ می‌دهد.

۶۹ | در حرکت نوسانی و در یک دوره تناوب، نوسانگر به مدت  $\frac{T}{2}$  دارای حرکت تندشونده است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{T}{2} = 0.1 \Rightarrow T = 0.2 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.2} = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

در نقطه تعادل، نیروی وارد بر نوسانگر به کمترین مقدار خود می‌رسد. در این صورت تندی حرکت جسم دارای بیشترین مقدار خود است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$K = K_{\max} = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$$

$$\begin{cases} v_{\max} = A\omega \\ A = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow v_{\max} = 0.2 \times 10\pi = 2\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$K_{\max} = \frac{1}{2} \times 30 \times 10^{-3} \times (2\pi)^2 = 600 \times 10^{-3} = 0.6 \text{ J}$$

۷۰ | دوره نوسان این نوسانگر برابر است با:  $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ s}$

این نوسانگر در لحظه‌های زیر به سرعت بیشینه خود می‌رسد:

$$t = (2n-1) \times \frac{T}{4} = (2n-1) \times \frac{0.2}{4} = (2n-1) \times 0.05$$

$$t = 0.05 \text{ s}, 0.15 \text{ s}, 0.25 \text{ s}, 0.35 \text{ s}, 0.45 \text{ s}, 0.55 \text{ s}, 0.65 \text{ s}, 0.75 \text{ s}, \dots$$

پس نوسانگر تا ۰/۵ پس از شروع حرکت، برای ۵ بار سرعتش بیشینه می‌شود.

۷۱ | مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر یک‌بار پاره‌خط نوسانی را طی کند، برابر با  $\frac{T}{2}$  است. (دقت کنید که در هر نوسان کامل، پاره‌خط نوسانی دو بار طی می‌شود).

$$\frac{T}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow T = \frac{1}{2} \text{ s}$$

انرژی جنبشی در مرکز نوسان، بیشینه و در دامنه‌ها، صفر است. پس حداقل زمان لازم برای رسیدن انرژی جنبشی از بیشینه خود به صفر، برابر با مدت زمانی است که نوسانگر از مرکز نوسان به دامنه می‌رسد، یعنی  $\frac{T}{4}$ ، بنابراین:

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{8} \text{ s}$$

مدت زمان حرکت از  $\frac{A}{2}$  به  $-\frac{A}{2}$  برابر است با:

$$\Delta t = 2 \times \frac{T}{12} = \frac{T}{6}$$

دوره نوسانگر برابر است با:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{2}{320}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{160}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{160}} \sqrt{\frac{1}{160}} = \frac{2\pi}{\pi} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{T}{6} = \frac{1/2}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{12} \text{ s}$$

بنابراین:

۶۵ | ابتدا دوره نوسانگر وزنه - فنر را محاسبه می‌کنیم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{m=1\text{kg}}{k=10000\frac{\text{N}}{\text{m}}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{10000}} = \frac{2\pi}{100\sqrt{10}}$$

$$\sqrt{10} = \pi \rightarrow T = \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{50} \text{ s}$$

حال محاسبه می‌کنیم نوسانگر در هر دقیقه (t=60s) چند نوسان کامل (n) انجام می‌دهد:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow{t=60\text{s}} \frac{1}{50} = \frac{60}{n} \Rightarrow n = 300$$

چون نوسانگر در هر نوسان کامل، ۲ بار تغییر جهت می‌دهد، یعنی ۲ بار  $v=0$  می‌شود، پس نوسانگر در ۳۰۰ نوسان کامل،  $300 \times 2 = 600$  بار تغییر جهت می‌دهد.

۶۶ | ابتدا دوره نوسانگر وزنه - فنر را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{m=2\text{kg}}{k=50\pi^2\frac{\text{N}}{\text{m}}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{2}{50\pi^2}} = \frac{2\pi}{\pi} \sqrt{\frac{1}{25}}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ s}$$

سپس محاسبه می‌کنیم مدت زمان داده شده در سؤال چه کسری از دوره تناوب است:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta t=0.5\text{s}}{T=0.4\text{s}} \rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{0.5}{0.4} \Rightarrow \Delta t = \frac{5}{4} T = T + \frac{1}{4} T$$

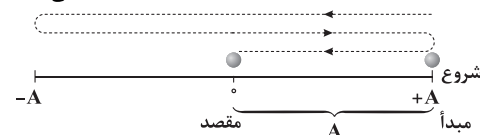
چون نوسانگر ۲۰ cm از وضع تعادل خارج شده، پس  $A = 20 \text{ cm}$  است.

در  $\Delta t = T + \frac{1}{4} T$  نوسانگر یک نوسان کامل انجام داده و سپس در  $\frac{1}{4} T$  هم A را طی کرده، یعنی اگر از A شروع کرده باشد، پس از یک نوسان کامل دوباره به A برگشته و پس از  $\frac{1}{4} T$  به وضع تعادل یعنی  $x=0$  رسیده، یعنی اندازه جابه‌جایی آن مطابق شکل برابر A است و مسافت طی شده برابر ۵A است، بنابراین:

مسافت طی شده =  $5A = 5 \times 20 = 100 \text{ cm}$

جابه‌جایی =  $A = 20 \text{ cm}$

مسافت طی شده =  $5A = 5 \times 20 = 100 \text{ cm}$



۶۷ | بسامد نوسانگر وزنه - فنر برابر است با:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

بسامد آونگ ساده برابر است با:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$$



شتاب گرانش در حالتی که آسانسور تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند، برابر است با:

$$g_p = 10 - 3 = 7 \frac{m}{s^2}$$

نسبت دوره تناوب آونگ در دو حالت به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \times \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} = 1 \times \sqrt{\frac{12}{12}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{7}{12}}$$

شتاب گرانش در حالتی که جسم در حال سکون است، برابر است با:

$$g_1 = 10 \frac{m}{s^2}$$

شتاب گرانش در حالتی که آسانسور به صورت تندشونده به سمت بالا حرکت می‌کند، برابر است با:

$$g_p = 10 + 4 = 14 \frac{m}{s^2}$$

نسبت دوره تناوب آونگ در دو حالت به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \times \sqrt{\frac{g_2}{g_1}}$$

$$\frac{T_1 = T_2 \rightarrow 1 = \sqrt{\frac{10}{L_2}} \times \sqrt{\frac{14}{10}} \Rightarrow L_2 = 14 \text{ cm}$$

بنابراین:

طول آونگ باید ۴ سانتی‌متر بیشتر شود.

نسبت دوره تناوب آونگ در دو حالت به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \times \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} \xrightarrow{L_1=L_2} \sqrt{\frac{g_2}{g_1}} = 1 \Rightarrow g_1 = g_2$$

بررسی گزینه‌ها:

$$1) \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G \times 4M}{(2R)^2} = 1 \quad (\checkmark) \quad 2) \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G \times 2M}{G \times M} = \frac{1}{8} \quad (\times)$$

$$3) \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G \times 2M}{(2R)^2} = \frac{1}{2} \quad (\times) \quad 4) \frac{g_{\text{سیاره}}}{g_{\text{زمین}}} = \frac{G \times 4M}{(\frac{1}{2}R)^2} = 16 \quad (\times)$$

ابتدا مدت زمان حرکت اتومبیل را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda^0}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 10 \text{ s}$$

حال تندی متوسط متحرک را محاسبه می‌کنیم:

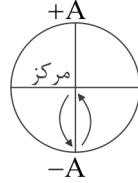
$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{\pi R}{\Delta t} = \frac{3 \times 40}{10} = 12 \frac{m}{s}$$

با استفاده از رابطه  $a_C = \frac{v^2}{R}$ ، بزرگی شتاب مرکزگرای اتومبیل را به دست

$$a_C = \frac{v^2}{R} = \frac{(12)^2}{40} = \frac{12 \times 12}{40} = \frac{36}{10} = 3.6 \frac{m}{s^2}$$

می‌آوریم:

نوسانگر در لحظه  $t_1 = 1/2 \text{ s}$  در مرکز نوسان بوده و به سمت دامنه حرکت می‌کند. نوسانگر در لحظه  $t_2 = 1/8 \text{ s}$  باز هم در مرکز نوسان است ولی بین  $t_1$  و  $t_2$  جهت حرکت یکبار تغییر کرده است، یعنی نوسانگر بین آن دو لحظه، یکبار به دامنه رسیده و دوباره به مرکز نوسان بازگشته است. می‌توان حرکت نوسانگر را از لحظه  $t_1$  تا  $t_2$  این‌گونه تحلیل کرد:



زمان رسیدن نوسانگر از مرکز به دامنه یا دامنه به مرکز برابر با  $\frac{1}{4}$  زمان یک نوسان کامل، یعنی  $\frac{T}{4}$  است. بنابراین مدت زمان لازم برای این حرکت برابر است با:

$$\frac{T}{4} + \frac{T}{4} = \frac{T}{2}$$

که این زمان برابر با فاصله زمانی بین دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  است:

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{T}{2} \Rightarrow 0.6 = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 1.2 \text{ s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1.2} = \frac{5}{6} \text{ Hz}$$

بنابراین:

انرژی مکانیکی نوسانگر در کل مدت زمان نوسان، ثابت

می‌ماند. در لحظه  $t_1$  انرژی پتانسیل نوسانگر افزایش یافته، پس انرژی جنبشی آن کاهش یافته است، در نتیجه اندازه سرعت آن کاهش یافته است، بنابراین:

$$v_2 = v_1 - 4$$

انرژی مکانیکی را در هر دو حالت به دست آورده و سرعت  $v_2$  را به دست می‌آوریم:

$$E = K + U \begin{cases} \text{در لحظه } t_1: E = K_1 + 2K_1 = 3K_1 \\ \text{در لحظه } t_2: E = K_2 + 26K_2 = 27K_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3K_1 = 27K_2 \Rightarrow K_1 = 9K_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = 9 \times \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_1 = 3v_2$$

$$\xrightarrow{v_1 = v_2 + 4} v_2 + 4 = 3v_2 \Rightarrow v_2 = 2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

در حرکت نوسانی ساده می‌توان نوشت:

$$x = 0 \Rightarrow v = v_{\text{max}} \Rightarrow 9v_{\text{max}}^2 = 4\pi^2 \Rightarrow v_{\text{max}}^2 = \frac{4}{9}\pi^2$$

$$\Rightarrow v_{\text{max}} = \frac{2}{3}\pi \Rightarrow A\omega = \frac{2}{3}\pi$$

$$x = A \Rightarrow v = 0 \Rightarrow 64\pi^2 A^2 = 4\pi^2 \Rightarrow A^2 = \frac{4\pi^2}{64\pi^2} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{4} \text{ m}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$A\omega = \frac{2}{3}\pi \Rightarrow \frac{1}{4}\omega = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \omega = \frac{8\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{8\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{6\pi}{8\pi} = \frac{3}{4} \text{ s}$$

برای محاسبه تعداد نوسان‌های کامل داریم:

$$T = \frac{\Delta t}{n} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{6}{n} \Rightarrow n = 8$$

شتاب گرانش در حالتی که آسانسور تندشونده به سمت بالا

حرکت می‌کند، برابر است با:

$$g_1 = 10 + 2 = 12 \frac{m}{s^2}$$



## ۸۵ بررسی گزینه‌ها: ۳

$$۱) ۱۴۰ \times ۱۰^{-۴} \mu A \times \frac{۱A}{۱۰^{-۶} \mu A} \times \frac{۱۰^{-۳} mA}{۱A} = ۱۴۰۰ mA \quad (\checkmark)$$

$$۲) ۰/۹ \times ۱۰^{-۲۱} Gs^{\cancel{2}} \times \frac{۱۰^{-۱۸} s^{\cancel{2}}}{۱Gs^{\cancel{2}}} \times \frac{۱۰^{-۱۸} ns^{\cancel{2}}}{۱s^{\cancel{2}}} = ۰/۹ \times ۱۰^{-۱۵} ns^{\cancel{2}} \\ = ۹ \times ۱۰^{-۱۴} ns^{\cancel{2}} \quad (\checkmark)$$

$$۳) ۰/۰۰۰۰۹ Mg \times \frac{۱۰^{-۶} g}{۱Mg} \times \frac{۱dag}{۱۰g} = ۹۰ dag \quad (*)$$

$$۴) ۰/۰۱۷ hm^{\cancel{3}} \times \frac{۱۰^{-۶} m^{\cancel{3}}}{۱hm^{\cancel{3}}} \times \frac{۱۰^{-۳} dm^{\cancel{3}}}{۱m^{\cancel{3}}} = ۰/۰۱۷ \times ۱۰^{-۹} dm^{\cancel{3}} \\ = ۱۷۰ \times ۱۰^{-۵} dm^{\cancel{3}} \quad (\checkmark)$$

۸۶ ابتدا تمام یکاها را به SI تبدیل می‌کنیم:

$$s^{\cancel{2}} = A I^{\cancel{2}} + B I \Rightarrow \left(\frac{nm}{ms}\right)^{\cancel{2}} = A(mm)^{\cancel{2}} + B(mm)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{۱۰^{-۹} m}{۱۰^{-۳} s}\right)^{\cancel{2}} = A(۱۰^{-۳} m)^{\cancel{2}} + B(۱۰^{-۳} m)$$

طرفین رابطه باید یکای یکسانی داشته باشند، بنابراین برای کمیت A داریم:

$$\left(۱۰^{-۶} \frac{m}{s}\right)^{\cancel{2}} = [A] \times (۱۰^{-۳} m)^{\cancel{2}}$$

$$\Rightarrow ۱۰^{-۱۸} \frac{m^{\cancel{2}}}{s^{\cancel{2}}} = [A] \times ۱۰^{-۶} m^{\cancel{2}}$$

$$\Rightarrow [A] = ۱۰^{-۱۲} \frac{m}{s^{\cancel{2}}}$$

برای کمیت B داریم:

$$\left(۱۰^{-۶} \frac{m}{s}\right)^{\cancel{2}} = [B] \times (۱۰^{-۳} m) \Rightarrow ۱۰^{-۱۸} \frac{m^{\cancel{2}}}{s^{\cancel{2}}} = [B] \times ۱۰^{-۳} m$$

$$\Rightarrow [B] = ۱۰^{-۱۵} \frac{m^{\cancel{2}}}{s^{\cancel{2}}}$$

۸۷ فقط عبارت «ب» درست است.

## بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) پرتقال پوست‌کنده درون آب فرو می‌رود اما پرتقال با پوست روی آب شناور می‌ماند، زیرا چگالی آن کمتر از چگالی آب است.

ج) چگالی یخ از چگالی آب کمتر و در حجم یکسانی از این دو، جرم یخ کمتر از جرم آب است، بنابراین وزن یک لیتر یخ کمتر از وزن یک لیتر آب است.

۸۸ حجم هر دو مایع را V فرض می‌کنیم و مجموع جرم آن‌ها را قبل از مخلوط کردن محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} m_1 = \rho_1 V_1 \Rightarrow m_1 = \gamma \rho V \\ m_2 = \rho_2 V_2 \Rightarrow m_2 = \delta \rho V \end{cases} \Rightarrow m_1 + m_2 = \gamma \rho V$$

حال با استفاده از رابطه چگالی مخلوط، حجم مخلوط که برابر با  $V_1 + V_2$  باشد، به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \gamma \rho = \frac{\gamma \rho V}{V_1 + V_2} \Rightarrow V_1 + V_2 = \gamma V$$

بنابراین کاهش حجم برابر با صفر خواهد بود، زیرا مجموع حجم مایع‌ها قبل از مخلوط کردن و بعد از مخلوط کردن با هم برابر هستند.

$$K_B = \frac{1}{\gamma} K_A \Rightarrow K_A = \gamma K_B \xrightarrow{m_A = m_B} v_A^{\cancel{2}} = \gamma v_B^{\cancel{2}} \quad ۲ \quad ۷۹$$

$$\Rightarrow v_A = \sqrt{\gamma} v_B \xrightarrow{v = \sqrt{\frac{GM_c}{r}}} \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} = \sqrt{\gamma} \Rightarrow r_B = \gamma r_A$$

نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره A و ماهواره B همان نیروی گرانش وارد بر آن‌ها از طرف زمین است، بنابراین:

$$F = mg \xrightarrow{m_A = m_B} \frac{F_A}{F_B} = \frac{g_A}{g_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^{\cancel{2}} = \gamma^{\cancel{2}} = \gamma$$

۸۰ از معادله پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E = U + K \Rightarrow K_{\max} = K + \frac{K}{\delta} \Rightarrow K_{\max} = \frac{\delta}{\delta} K$$

$$\Rightarrow ۰/۴ = \frac{\delta}{\delta} K \Rightarrow K = \frac{1}{3} mJ = \frac{1}{3000} J$$

$$K = \frac{1}{2} m v^{\cancel{2}} \xrightarrow{\frac{1}{3000} = \frac{1}{2} \times \frac{۴۰}{۱۰۰۰} \times v^{\cancel{2}}} ۱ = ۶۰ v^{\cancel{2}} \Rightarrow v^{\cancel{2}} = \frac{1}{60}$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{60}} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{60}} \times \frac{1}{\sqrt{60}} = \frac{\sqrt{60}}{60} \frac{m}{s} = \frac{\sqrt{60}}{60} \times ۱۰۰۰ = \frac{۱۰\sqrt{60}}{6} \frac{cm}{s}$$

۸۱ می‌دانیم دقت اندازه‌گیری ابزارهای اندازه‌گیری مدرج، برابر با

کمینه درجه‌بندی آن ابزار است. دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج (۱) برابر است با:

$$\frac{20}{4} = 5 \frac{m}{s}$$

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$5 \frac{m}{s} \times \frac{۱km}{۱۰^3 m} = 5 \times ۱۰^{-3} \frac{km}{s} = ۰/۰۰۵ \frac{km}{s}$$

$$\frac{1}{2} = ۰/۵ \frac{km}{s}$$

دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج (۲) برابر است با:

اختلاف دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج (۲) و تندی‌سنج (۱) برابر است با:

$$۰/۵ - ۰/۰۰۵ = ۰/۴۹۵ \frac{km}{s}$$

۸۲ کمیت‌های اصلی کمیت‌هایی هستند که یکای آن‌ها به طور

مستقل تعریف می‌شوند. کمیت‌های اصلی  $\gamma$  مورد هستند طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، شدت روشنایی و شدت جریان الکتریکی.

۸۳ با استفاده از رابطه چگالی ( $\rho = \frac{m}{V}$ ) داریم:

$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\gamma \delta}{m_B} \times \frac{\delta}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\gamma \delta}{m_B} \times \frac{\delta}{5} \Rightarrow ۱۰ m_B = ۱۸ \times \gamma \delta$$

$$\Rightarrow m_B = ۱۸ \times \gamma \delta = ۱۳۵۰ g$$

۸۴ ابتدا عبارت مورد نظر را بر حسب واحد SI به دست می‌آوریم:

$$۰/۰۴ \times ۱۰^{-۸} \mu m \times \frac{۱m}{۱۰^{-۶} \mu m} = ۰/۰۴ \times ۱۰^{-۲} m = ۴ m$$

$$۰/۰۶ \times ۱۰^{-۴} Mm \times \frac{۱m}{۱۰^{-۶} Mm} = ۰/۰۶ \times ۱۰^2 = ۶ m$$

$$۰/۰۲ \times ۱۰^{-۲۱} Ts^{\cancel{2}} \times \frac{۱s^{\cancel{2}}}{۱۰^{-۲۴} Ts^{\cancel{2}}} = ۰/۰۲ \times ۱۰^3 s^{\cancel{2}} = ۲۰ s^{\cancel{2}}$$

بنابراین حاصل عبارت داده شده برابر است با:

$$\frac{۴m + ۶m}{۲۰s^{\cancel{2}}} = \frac{۱۰m}{۲۰s^{\cancel{2}}} = ۰/۵ \frac{m}{s^{\cancel{2}}}$$

یکای  $\frac{m}{s^2}$  در SI، یکای کمیت شتاب متوسط است.

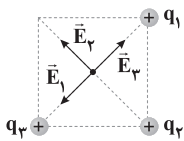


$$3) \begin{cases} |q'_1| = |q_1| \\ |q'_2| = 8|q_2| \\ r_2 = \frac{1}{4}r_1 \\ \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \\ \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 1 \times 8 \times \left(\frac{r_1}{\frac{1}{4}r_1}\right)^2 = 8 \times 4 = 32 \quad (*) \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} |q'_1| = 2|q_1| \\ |q'_2| = 2|q_2| \\ r_2 = \frac{1}{4}r_1 \\ \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \\ \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 2 \times 2 \times \left(\frac{r_1}{\frac{1}{4}r_1}\right)^2 = 2 \times 2 \times 4 = 16 \quad (\checkmark) \end{cases}$$

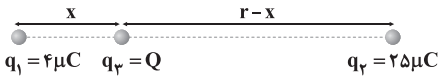
۹۳ ۴ چون تندی حرکت ذره ثابت است، پس انرژی جنبشی آن نیز ثابت می‌ماند، بنابراین تغییرات انرژی جنبشی این ذره برابر با صفر است.

۹۴ ۴ میدان‌های الکتریکی حاصل از سه بار را در نقطه O مرکز مربع رسم می‌کنیم:



با توجه به این‌که هر سه بار هم‌اندازه هستند و هم‌چنین فاصله هر سه بار تا نقطه O برابر است، بنابراین میدان‌های الکتریکی  $\vec{E}_1$ ،  $\vec{E}_2$  و  $\vec{E}_3$  هم‌اندازه هستند، بنابراین  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  اثر هم را خنثی می‌کنند، پس برآیند میدان‌های حاصل از سه بار در نقطه O همان میدان  $\vec{E}_3$  است.

۹۵ ۲ هر سه بار در حال تعادل هستند، بنابراین با فرض این‌که  $q_2 > q_1$  است. بار Q باید در فاصله بین دو بار  $q_1$  و  $q_2$  و نزدیک به بار کوچک‌تر (بار  $q_1$ ) قرار داده شود. از طرفی چون هر سه بار در حال تعادل هستند، بنابراین علامت بار Q، منفی است.



بار  $q_3$  در حال تعادل است، بنابراین:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(r-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{(r-x)^2} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \Rightarrow \frac{x^2}{(r-x)^2} = \frac{4}{25}$$

جذر می‌گیریم  $\rightarrow \frac{x}{r-x} = \frac{2}{5}$

$$\Rightarrow 2r - 2x = 5x \Rightarrow 2r = 7x \Rightarrow r = \frac{7}{2}x \quad (*)$$

۸۹ ۴ بررسی موارد:

- (الف) سرعت: برداری و فرعی (\*)
- (ب) جرم: نرده‌ای و اصلی (\*)
- (ج) انرژی: نرده‌ای و فرعی (✓)
- (د) زمان: نرده‌ای و اصلی (\*)
- (ه) فشار: نرده‌ای و فرعی (✓)
- (و) چگالی: نرده‌ای و فرعی (✓)

۹۰ ۲ در نمودار V-m، شیب خط برابر با  $\frac{1}{\rho}$  است، یعنی در این سؤال داریم:

$$\text{شیب خط} = \frac{1}{\rho} \Rightarrow 240 = \frac{1}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{1}{240} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

با توجه به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{1}{240} = \frac{5 \times 10^{-6}}{V} \Rightarrow V = 24 \times 5 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

واحد حجم برحسب لیتر خواسته شده است، بنابراین:

$$V = 24 \times 5 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 24 \times 5 \times 10^{-2} \text{ L}$$

$$\Rightarrow V = 120 \times 10^{-2} \text{ L} = 12 \text{ L}$$

۹۱ ۳ با استفاده از رابطه بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک بار الکتریکی داریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{ثابت: } q} \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{60}{40}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2.25 \quad \text{بنابراین طبق اطلاعات سؤال داریم:}$$

$$\frac{E_2 - E_1}{E_1} \times 100 = \frac{2.25E_1 - E_1}{E_1} \times 100 = 125\% \quad \text{بنابراین:}$$

۹۲ ۴ بررسی گزینه‌ها:

$$1) \begin{cases} r_2 = r_1 - \frac{25}{100}r_1 = \frac{75}{100}r_1 = \frac{3}{4}r_1 \\ \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{ثابت: } |q_2| \text{ و } |q_1|} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{\frac{3}{4}r_1}\right)^2 = \frac{16}{9} \quad (*)$$

$$2) \begin{cases} |q'_1| = |q_1| \\ |q'_2| = 2|q_2| \\ r_2 = r_1 - \frac{75}{100}r_1 = \frac{25}{100}r_1 = \frac{1}{4}r_1 \\ \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 1 \times 2 \times \left(\frac{r_1}{\frac{1}{4}r_1}\right)^2 = 1 \times 2 \times 16 = 32 \quad (*)$$





۹۹ ۴ شرط معلق بودن ذره باردار، هم‌اندازه بودن نیروی وزن و نیروی واردشده از طرف میدان الکتریکی یکنواخت بر این بار است، پس داریم:  
 $F_E = W$  (I)  
 می‌دانیم به هر ذره باردار در میدان الکتریکی، نیرویی به بزرگی  $F_E = E|q|$  وارد می‌شود. هم‌چنین بدیهی است که نیروی وزن برابر است با  $W = mg$ . با جایگذاری در رابطه (I) داریم:

$$F_E = W \frac{F_E = E|q|}{W = mg} \Rightarrow E|q| = mg \quad (II)$$

با جایگذاری مقادیر داده‌شده در رابطه (II) خواهیم داشت:

$$E|q| = mg \xrightarrow{g = 10 \frac{N}{kg}} \xrightarrow{E = 4 \times 10^5 \frac{N}{C}} 4 \times 10^5 \times |q| = m \times 10$$

$$\Rightarrow \frac{m}{|q|} = \frac{4 \times 10^5}{10} = 4 \times 10^4 \frac{kg}{C}$$

نیروی وزن همیشه به سمت زمین (پایین) بر اجسام وارد می‌شود، بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر ذره از طرف میدان باید به سمت بالا باشد، پس با توجه به این‌که بار ذره مثبت است، میدان الکتریکی باید به سمت بالا باشد.

۱۰۰ ۱ اگر در هنگام نزدیک کردن میله باردار به کلاهک الکتروسکوپ باردار، ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور شوند، بار جسم و الکتروسکوپ، همانم بوده‌اند و اگر ورقه‌های الکتروسکوپ به هم نزدیک شوند، بار جسم و الکتروسکوپ، ناهمنام بوده است.

با توجه به این‌که در این سؤال ورقه‌ها به هم نزدیک شده‌اند، بنابراین بار الکتروسکوپ و جسم ناهمنام بوده است.

### شیمی

۱۰۱ ۳ واکنش‌های a و c به طور خودبه‌خودی انجام پذیرند.

#### بررسی واکنش‌ها:

(a)  $H^+$  اکسندتر از  $Sn^{2+}$  بوده، در نتیجه  $H^+$  به  $H_2$  کاهش یافته و Sn بر اثر اکسایش به  $Sn^{2+}$  تبدیل می‌شود.

(b) از آن‌جا که  $Fe^{3+}$  اکسندتر از  $Sn^{4+}$  است، واکنش برگشت به طور خودبه‌خودی انجام پذیر است.

(c)  $Sn^{4+}$  اکسندتر از  $H^+$  بوده، در نتیجه  $Sn^{4+}$  به  $Sn^{2+}$  کاهش یافته و  $H_2$  بر اثر اکسایش به  $H^+$  تبدیل می‌شود.

۱۰۲ ۲ به‌جز عبارت دوم، سایر عبارتها درست هستند.

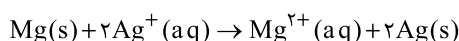
در سلول الکترولیتی برقکافت منیزیم کلرید، چگالی الکترولیت ( $MgCl_2(l)$ ) بیشتر از فرآورده کاتدی سلول ( $Mg(l)$ ) است.

۱۰۳ ۲ عبارتهای سوم و چهارم درست هستند.

در سلول گالوانی  $Mg - Ag$ ، نیم‌سلول‌های منیزیم و نقره به ترتیب نیم‌سلول‌های آندی و کاتدی هستند.

#### بررسی عبارتهای نادرست:

• معادله واکنش کلی سلول به صورت زیر است:



در هر بازه زمانی معین، تغییر جرم تیغه کاتدی یعنی نقره، ۹ برابر تغییر جرم تیغه آندی یعنی منیزیم است:

$$\frac{2 \times 108}{24} = 9$$

• آنیون‌ها از محلول نیم‌سلول نقره (کاتد) به محلول نیم‌سلول منیزیم مهاجرت می‌کنند.

بار  $q_1$  در حال تعادل است، بنابراین:

$$F_{r1} = F_{r2} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_1|}{r_{12}^2} = \frac{k|q_2||q_1|}{r_{12}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{r_2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{25}{r_2^2}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{25}{\frac{49}{4}x^2} \Rightarrow |q_1| = \frac{100}{49} \mu C \xrightarrow{q_2 < 0} q_2 = -\frac{100}{49} \mu C$$

۹۶ ۳ هر ذره آلفا دارای دو نوترون و دو پروتون است. به عبارتی بار آن دو برابر بار پروتون یا دو برابر اندازه بار یک الکترون است. برای محاسبه تعداد ذرات آلفا داریم:

$$q = nq \text{ آلفا} \Rightarrow 1 = n \times 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{10^{-19}}{3.2} \Rightarrow n = 3.125 \times 10^{18}$$

۹۷ ۲ فرض کنید اندازه هر یک از بارها در ابتدا،  $q$  کولن باشد، در حالت جدید، باید  $\frac{1}{3}$  یکی از بارها را کم کرده و به دیگری اضافه کنیم، بنابراین داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} |q_1| = q \\ |q_2| = q \end{array} \right. \xrightarrow{\text{پس از اعمال تغییر}} \left\{ \begin{array}{l} |q'_1| = q - \frac{1}{3}q = \frac{2}{3}q \\ |q'_2| = q + \frac{1}{3}q = \frac{4}{3}q \end{array} \right.$$

با استفاده از قانون کولن، اندازه نیروی بین دو بار را در این دو حالت مقایسه می‌کنیم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F_1 = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \\ F_2 = k \frac{(\frac{2}{3}q)(\frac{4}{3}q)}{r^2} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} F_1 = k \frac{q^2}{r^2} \\ F_2 = k \frac{\frac{8}{9}q^2}{r^2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{k \frac{\frac{8}{9}q^2}{r^2}}{k \frac{q^2}{r^2}} = \frac{8}{9} \Rightarrow F_2 = \frac{8}{9} F_1$$

۹۸ ۳ با توجه به این‌که میدان الکتریکی بین دو صفحه A و B یکنواخت است، بنابراین:

$$E_{AC} = E_{AB} \Rightarrow \frac{\Delta V_{AC}}{\frac{4}{5}d} = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \Delta V_{AC} = \frac{4}{5} \Delta V$$

برای محاسبه سرعت اولیه  $v_0$  می‌توان نوشت:

$$\Delta V_{AC} = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{|\Delta K|}{q} \quad \left\{ \begin{array}{l} K = \frac{1}{2}mv^2 \\ \Delta K = K_2 - K_1 \end{array} \right. \rightarrow$$

$$30 \times \frac{4}{5} = \frac{\frac{1}{2} \times 50 \times 10^{-3} \times (v_2^2 - v_1^2)}{-4}$$

$$\rightarrow \text{برای این‌که ذره به صفحه منفی برخورد نکند، باید متوقف شود.}$$

$$24 = \frac{25 \times 10^{-3} \times (-v_1^2)}{-4} = \frac{25 \times 10^{-3} \times v_1^2}{4}$$

$$\Rightarrow 24 \times 4 = 25 \times 10^{-3} \times v_1^2 \Rightarrow v_1^2 = \frac{96}{25 \times 10^{-3}} = 3840$$

$$\Rightarrow v = 62 \frac{m}{s}$$

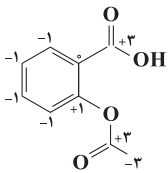
برای این‌که ذره با صفحه منفی برخورد نکند، باید سرعت اولیه کم‌تر از  $v_0$  باشد، بنابراین تنها گزینه (۳) می‌تواند درست باشد.





۱۱۰ ۳ در زیر تمامی اتم‌های کربن با عدد اکسایش آن‌ها آورده شده است:

$$-3, -1, 0, +1, +3$$

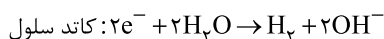
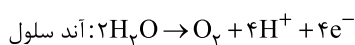


۱۱۱ ۱ • در برقکافت آب، گازهای  $O_2$  (در آند، قطب مثبت) و  $H_2$

(در کاتد، قطب منفی) تولید می‌شود.

• انحلال پذیری گاز  $O_2$  در آب در مقایسه با گاز  $H_2$  بیشتر است (با فرض شرایط یکسان).

• با انجام نیم واکنش‌های زیر، pH محیط اطراف نیم سلول آندی (قطب مثبت) کاهش و pH محیط اطراف نیم سلول کاتدی (قطب منفی) افزایش می‌یابد:



۱۱۲ ۴ پلاتین حتی در محیط‌های اسیدی نیز اکسایش نمی‌یابد.

۱۱۳ ۳ به جز رابطه دوم ( $a > b$ ) بقیه روابط درست هستند.

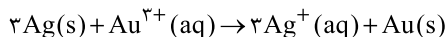
• پتانسیل کاهش اکسیژن در هر دو محیط اسیدی و خنثی، مثبت است ( $a, b > 0$ ) اما در محیط اسیدی مثبت تر است ( $b > a$ ).

• پتانسیل کاهش اغلب فلزها مانند آهن منفی بوده ( $c < 0$ ).

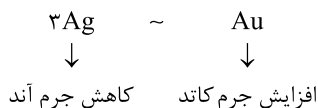
اما برخی از فلزها مانند طلا، پتانسیل کاهش مثبت دارند ( $d > 0$ ).

• با توجه به این که طلا در محیط اسیدی نیز اکسایش نمی‌یابد باید  $d > b$  باشد.

۱۱۴ ۴ معادله واکنش کلی سلول به صورت زیر است:



جرم اولیه تیغه‌ها را  $m$  گرم در نظر می‌گیریم:



مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{0.6m \text{ g Ag}}{3 \times 108} = \frac{f \text{ mol Au}}{197} \Rightarrow m = 240g$$

$$\text{مجموع جرم تیغه‌ها} = (240 - (0.6 \times 240)) + (240 + (\frac{4}{9} \times 197))$$

$$= (240 - 144) + (240 + 87.55) = 423.55g$$

۱۱۵ ۳ عبارت اول و آخر درست هستند.

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

• در سری الکتروشیمیایی  $E^\circ$  فلزهایی که قدرت کاهندگی بیشتر از  $H_2$  دارند، منفی است.

• داده‌های جدول در دمای  $25^\circ C$  اندازه‌گیری شده است.

۱۱۶ ۴ هر چه طول موج یک پرتو کوتاه‌تر باشد، انرژی آن بیشتر است.

•  $a$ ،  $b$  و  $c$  به ترتیب رنگ‌های سبز، زرد و سرخ هستند.

سرخ  $>$  زرد  $>$  سبز: انرژی

(a) (b) (c)

سبز  $>$  زرد  $>$  سرخ: طول موج

(c) (b) (a)

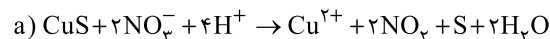
۱۰۴ ۱ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

### بررسی عبارت‌هاک نادرست:

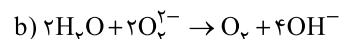
• هنگامی که به سلول‌های الکترولیتی ولتاژ معینی اعمال می‌شود، یون‌ها به سوی الکتروود با بار ناهم‌نام حرکت می‌کنند.

• در سلول‌های الکترولیتی با اعمال یک ولتاژ بیرونی و عبور جریان الکترونی از درون محلول الکترولیت می‌توان یک واکنش شیمیایی را در خلاف جهت طبیعی پیش راند.

۱۰۵ ۳ معادله موازنه شده واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



مجموع ضرایب:  $1+2+4+1+2+1+2=13$



مجموع ضرایب:  $2+2+1+4=9$

تفاوت دو عدد ۱۳ و ۹ برابر ۴ است.

۱۰۶ ۲ به جز HOF (عدد اکسایش اکسیژن: صفر) و  $BaO_2$

(عدد اکسایش اکسیژن: -۱) در چهار ترکیب دیگر، عدد اکسایش اکسیژن برابر -۲ است.

۱۰۷ ۳ به جز عبارت دوم سایر عبارت‌ها درست هستند.

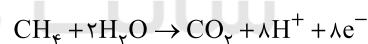
### بررسی عبارت‌هاک:

• در سلول سوختی متان - اکسیژن،  $CH_4$  و  $O_2$  به ترتیب کاهنده و اکسنده هستند:



هر چند تغییر عدد اکسایش C و O به ترتیب ۸ و ۲ درجه است، اما به ازای یک مول  $O_2$ ، عدد اکسایش اکسیژن ۴ درجه تغییر می‌کند.

• در نیم‌واکنش آندی، نسبت ضریب مولی  $CO_2$  به  $H_2O$  برابر با  $\frac{1}{4}$  است:



• یون‌های هیدرونیوم ( $H^+$ ) که کاتیون هستند به سمت الکتروود کاتدی ( $O_2$ ) حرکت می‌کنند. سوخت در این جا  $CH_4$  است.

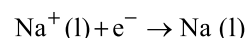
• از آن جا که واکنش کلی سلول سوختی متان - اکسیژن همان واکنش سوختن متان است،  $\Delta H$  آن‌ها با هم برابر است.

۱۰۸ ۱ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

۱۰۹ ۲ عبارت‌های اول و آخر نادرست هستند.

• برقکافت سدیم کلرید مذاب در یک سلول الکترولیتی انجام می‌شود، اما به دلیل استفاده از کلسیم کلرید به عنوان کمک ذوب، دمای سلول پایین‌تر از نقطه ذوب NaCl است.

• در کاتد سلول (قطب منفی) فلز سدیم تولید می‌شود.



• این واکنش یعنی تجزیه NaCl به فلز سدیم و گاز کلر یک واکنش غیر خودبه‌خودی است. در چنین واکنش‌هایی، سطح انرژی فرآورده‌ها بالاتر از واکنش‌دهنده‌ها است.

• در این سلول یون  $Cl^-(l)$  وجود دارد، نه یون  $Cl^-(aq)$ !!



۱ ۱۲۴ فقط عبارت اول درست است.

### بررسی عبارت‌های نادرست:

- دمای حاصل از سوختن کامل گاز شهری که با شعله آبی‌رنگ می‌سوزد، بیشتر از شعله زردرنگ شمع است.
- بخش بیرونی یا بالایی رنگین‌کمان، سرخ و بخش درونی یا پایینی آن، بنفش است.
- نور خورشید با عبور از قطره‌های آب در هوا، گستره‌ای پیوسته شامل بی‌نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون ایجاد می‌کند.

۴ ۱۲۵

$$n = \frac{\Delta t(\text{زمان کل فرایند})}{T(\text{نیمه عمر})}, n = \frac{\text{مقدار اولیه}}{\text{مقدار باقی مانده}}$$

جرم مولی X و Y را به ترتیب a و b در نظر می‌گیریم:

$$X: n = \frac{3 \times 60 \text{ min}}{60 \text{ min}} = 3, n = \frac{a}{\text{مقدار باقی مانده X}}$$

$$\Rightarrow \text{مقدار باقی مانده X} = \frac{a}{3}$$

$$Y: n = \frac{3 \times 60 \text{ min}}{45 \text{ min}} = 4, n = \frac{b}{\text{مقدار باقی مانده Y}}$$

$$\Rightarrow \text{مقدار باقی مانده Y} = \frac{b}{4} \Rightarrow \text{مقدار تجزیه شده b} = b - \frac{b}{4} = \frac{3b}{4}$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{a}{3} = \frac{3(3b)}{4} \Rightarrow \frac{a}{b} = 15$$

۳ ۱۲۶ به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

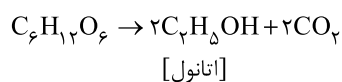
در گروه چهاردهم جدول دوره‌ای سه عنصر نخست (Ge, Si, C) فقط پیوند کووالانسی تشکیل داده و دو عنصر دیگر (Pb, Sn) یون تک‌اتمی تشکیل می‌دهند.

۴ ۱۲۷ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

### بررسی عبارت‌ها:

- چهار عنصر نخست دوره (Si, Al, Mg, Na) جریان گرما را از خود عبور می‌دهند.
- دو عنصر S و Ar به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شوند.
- دو عنصر با نماد تک حرفی (P, S) در این دوره وجود دارد. چهار عنصر نخست این دوره، سطح صیقلی دارند.
- به جز Ar و Cl، سایر عنصرهای این دوره (S, P, Si, Al, Mg, Na) در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.

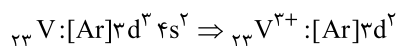
۱ ۱۲۸



$$\frac{1250 \text{ kg } C_6H_{12}O_6 \times \frac{6}{100} \times \frac{R}{100}}{1 \times 180} = \frac{1150 \text{ kg } C_2H_5OH}{2 \times 46} \Rightarrow \%R = 30$$

۳ ۱۲۹ سومین و چهارمین فلز واسطه جدول دوره‌ای به ترتیب V و Cr

۲۴ هستند که هر دو کاتیون‌های  $M^{3+}$  و  $M^{2+}$  تشکیل می‌دهند.



۱ ۱۱۷ فقط عبارت آخر درست است.

### بررسی عبارت‌های نادرست:

- در بین ۸ عنصر فراوان سیاره مشتری، دو عنصر C و S در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.
- در بین سه عنصر فراوان سیاره زمین (Si, O, Fe) فقط Fe جزو فلزها است.
- روند تشکیل عنصرها در ستاره‌ها به این صورت بوده است که عنصرهای سنگین (با جرم اتمی زیاد) از عنصرهای سبک (با جرم اتمی کم) پدید آمده‌اند.

۳ ۱۱۸

$$? \text{ atom C} = mg C_9H_8O_4 \times \frac{1 \text{ mol } C_9H_8O_4}{180 \text{ g } C_9H_8O_4}$$

$$\times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ molecule}}{1 \text{ mol } C_9H_8O_4} \times \frac{9 \text{ atom C}}{1 \text{ molecule } C_9H_8O_4} = 0.3 \text{ m} \times 10^{23}$$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$0.3 \text{ m} \times 10^{23} = 0.6 \text{ m}^2 \times 10^{23} \Rightarrow m = 0.5 \text{ g}$$

۳ ۱۱۹ تفاوت جرم نوترون ( $1.0087 \text{ amu}$ ) و جرم پروتون ( $1.0073 \text{ amu}$ ) بیشتر از  $0.001 \text{ amu}$  است.

۱ ۱۲۰

$$? \text{ atom } ^{186}\text{W} = 0.5 \text{ g W} \times \frac{1 \text{ mol W}}{184 \text{ g W}} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ atom W}}{1 \text{ mol W}}$$

$$\times \frac{6.25 \text{ atom } ^{186}\text{W}}{100 \text{ atom W}} = 1.02 \times 10^{20} \text{ atom } ^{186}\text{W}$$

۲ ۱۲۱ شمار مول‌های Al و Zn در آلیاژ را به ترتیب با a و b

نشان می‌دهیم:

$$27a + 65b = 50/9 \text{ (I)}$$

$$5/418 \times 10^{23} \text{ atom} \times \frac{1 \text{ mol}}{6.02 \times 10^{23} \text{ atom}} = 0.9 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow a + b = 0.9 \text{ (II)}$$

از حل هم‌زمان معادله‌های (I) و (II)، مقادیر a و b به دست می‌آید:

$$a = 0.2, b = 0.7$$

$$\frac{\text{Al شمار مول‌های}}{\text{Zn شمار مول‌های}} = \frac{a}{b} = \frac{0.2}{0.7} = 0.285$$

$$\frac{\text{Zn جرم}}{\text{Al جرم}} = \frac{0.7 \times 65}{0.2 \times 27} = 8/42$$

۱ ۱۲۲ مطابق داده‌های سؤال برای فراوانی ایزوتوپ‌های اول تا آخر

$$6f + 9f + 3f + f = 100 \Rightarrow f = 1$$

می‌توان نوشت:

\* فراوانی ایزوتوپ چهارم را f در نظر گرفتیم.

$$\bar{A} = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_3 - M_1) + \frac{F_4}{100}(M_4 - M_1)$$

$$55.93 = m + \frac{9}{100}(2) + \frac{3}{100}(3) + \frac{1}{100}(4) \Rightarrow m = 54$$

۱ ۱۲۳ فقط عبارت اول درست است.

### بررسی عبارت‌های نادرست:

- توده‌های سرطانی هر دو نوع گلوکز معمولی و گلوکز نشان‌دار را جذب می‌کند.
- سحابی‌ها با کاهش دما از گازهای هیدروژن و هلیوم، ایجاد شده‌اند.
- از بین ۱۱۸ عنصر شناخته شده، ۲۶ عنصر ساختگی بوده و ۹۲ عنصر در طبیعت یافت می‌شوند.



- ۱۳۴ ۳ • شمار عنصرها در پنج دوره نخست جدول برابر با عدد اتمی پنجمین گاز نجیب ( $Xe$ ) یعنی برابر با ۵۴ است.
- از این ۵۴ عنصر، ۲۰ عنصر جزو دسته d (عنصرهای واسطه) بوده که در دوره‌های چهارم و پنجم جدول قرار دارند و ۳۴ عنصر دیگر، اصلی هستند.
- $34 - 20 = 14$

- ۱۳۵ ۳ • به جز عبارت نخست، سایر عبارتها درست هستند.
- $TiO_2 + 2Zn \rightarrow Ti + 2ZnO$ ؛ مجموع ضرایب:  $1+2+1+2=6$
- $TiO_2 + 4Na \rightarrow Ti + 2Na_2O$ ؛ مجموع ضرایب:  $1+4+1+2=8$
- همان‌طور که می‌بینید مجموع ضرایب اجزای واکنش ۲ واحد افزایش می‌یابد.
- ترکیب A همان  $Fe_3O_4$  است که به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود و اگر در واکنش (I) به جای K از Al استفاده شود، همان واکنش ترمیت است که به طور طبیعی انجام می‌شود.
- از واکنش‌های (II) و (III) می‌توان نتیجه گرفت که واکنش‌پذیری Mg از Ti بیشتر بوده و در نتیجه از واکنش Mg با  $TiCl_4$  می‌توان Ti به دست آورد.

شمار الکترون‌های  $I=2$  برابر با  $(3d^2)$  و شمار الکترون‌های  $I=1$  برابر با  $(2p^6, 3p^6)$  است. بنابراین نسبت مورد نظر برابر با  $\frac{1}{6}$  است.

$_{24}Cr: [Ar]3d^5 4s^1 \Rightarrow _{24}Cr^{2+}: [Ar]3d^4$

شمار الکترون‌های  $I=2$  برابر با  $(3d^4)$  و شمار الکترون‌های  $I=0$  برابر با  $(1s^2, 2s^2, 3s^2)$  است. بنابراین نسبت مورد نظر برابر با  $\frac{2}{3}$  است.

نسبت دو عدد به دست آمده برابر است با:

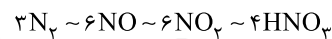
$$\frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}$$

- ۱۳۰ ۴  $2Fe_3O_4 + 3C \rightarrow 4Fe + 2CO_2$
- با تبدیل  $Fe_3O_4$  به Fe، اتم‌های اکسیژن از آهن (III) اکسید خارج شده و جرم نمونه اولیه کاهش می‌یابد. به‌ازای مصرف یک مول آهن (III) اکسید ( $160g Fe_3O_4$ )، ۳ مول اتم اکسیژن معادل ۴۸g از آن خارج شده و جرم نمونه به ۱۱۲g می‌رسد.

$$g \text{ کاهش جرم } = \frac{160g Fe_3O_4}{48g \text{ کاهش جرم}} \times (70 - 53/2)g = 56g$$

$$\% \text{ درصد خلوص } Fe_3O_4 = \frac{56g}{70g} \times 100 = 80\%$$

- ۱۳۱ ۴ معادله موازنه‌شده واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:
- $N_2 + O_2 \rightarrow 2NO$
- $2NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$
- $3NO_2 + H_2O \rightarrow 2HNO_3 + NO$
- اگر ضرایب واکنش‌های اول و دوم را در عدد ۳ و ضرایب واکنش آخر را در ۲ ضرب کنیم، می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:



$$\frac{\text{مولارسته} \times \text{لیتر اسید}}{\text{ضریب اسید}} = \frac{R_1}{100} \times \frac{R_2}{100} \times \frac{R_3}{100} \times \text{لیتر نیتروژن}$$

حجم مولی  $\times$  ضریب نیتروژن

$$\Rightarrow \frac{x L N_2 \times (\frac{75}{100}) \times (\frac{75}{100} \times \frac{1}{2}) \times (\frac{75}{100} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2})}{3 \times 50}$$

$$= \frac{4L \times 2M}{4} \Rightarrow x = 5700 L N_2$$

- ۱۳۲ ۲ عبارتهای اول و دوم درست هستند.

#### بررسی عبارتهای نادرست:

- روش گیاه‌پالایی برای استخراج فلز روی مقرون به صرفه نیست.
- فلز Zn ۳ در مقایسه با Cu ۲۹ واکنش‌پذیری بیشتری دارد.

#### ۱۳۳ ۲ بررسی عبارتهای نادرست:

- (ب) دقیقاً نیمی از عنصرهای دوره دوم جدول یعنی ۴ عنصر نیتروژن، اکسیژن، فلوئور و نئون در دما و فشار اتاق گازی شکل هستند.
- (پ) در دوره سوم جدول شعاع اتمی فلزی که در ساخت لوازم آشپزخانه به کار می‌رود (Al ۱۳) کم‌تر از شعاع اتمی فلزی است که به آسانی با چاقو بریده می‌شود (Na ۱۱). فراموش نکنید که در یک دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد.